युक्लिडनी भूमितीना
मनोयत्ननो खुलासो
स्कंध १.

રચનાર

પિતાંબરદાસ ત્રિભુવનદાસ મહેતા.

આવૃત્તિ ત્રીજી.

अमदावाद.

ગાડીઆમાં અમરતલાલના મહાદેવમાં હિતેચ્છુ
પ્રેસમાં પટેલ નેશંગ મુળજીએ છાપ્યો.

સને ૧૮૭૯ સંવત ૧૯૩૫

મૂલ સવા રૂપીઓ,

SOLUTION OF EXERCISES

Euclid's Geometry,

PART I.

BY

PITAMBERDAS TRIBHOWANDAS MEHETA.

THIRD EDITION.

Ahmedabad :

Printed at the "HITECHHU PRESS" in Khadia,
by JAYSING MOOLJI PATEL,

1879

DEDICATED BY PERMISSION

TO

J. B. PEILE Esquire, M. A. C. S.

Late Director of Public Instruction and
Municipal Commissioner
Bombay Presidency.

IN TOKEN

OF HIS great desire in promoting the Gujarati Literature while in the Educational Department and unalloyed impartiality in discharging *his duties.*

By His most obedient
and humble servant,
THE AUTHOR.

પ્રસ્તાવના.

હાલ ગુજરાતી ભાષામાં મેહેરબાન ચહામ સાહેબ કૃત ભૂમિતિના બાર સ્કંધના ત્રણ ભાગમાં પુસ્તકો છે, પહેલામાં પહેલો સ્કંધ, બીજામાં બેથી ૭ સુધી તથા ત્રીજામાં અગીઆરમો અને બારમો છે. અને વિદ્યાર્થીને એ ઘણુંજ ઉપયોગીછે, પણ તેમાં મનોયત્નો નહી હોવાથી એક મોટી ખોટછે, એવું ગુજરાત ટ્રેનિંગકાલેજના મહારા સાત વર્ષના અનુભવ ઉપરથી મહારા મનમાં આવ્યું હતું માટે બારે સ્કંધનાં મનોયત્ન બહાર પાડવાને ઉત્કંઠા ઉત્પન થઇ હતી; કારણકે વિદ્યાર્થીઓને વર્ષના નિયમિત વખતમાં તેઓને નિયમિત પાઠ કરવા પડેછે, તેમાં ગુજરાતી ભાષામાં તે નહોવાથી વારંવાર તેની નોટો લખવી અને શિક્ષકને લખાવવી, તેને માટે નિયમિત પાઠ તૈયાર કરવામાં ઘણો વખત રોકાણ થવાથી કંટાળો ઉત્પન થતો. આ મોટી ખોટ પૂરી પાડવાને ઘણા કાળના વિચારને હાલમાં દૈવયોગે મળેલી ફુરસદમાં બની આવવાથી આ પેહેલા સ્કંધનાં મનોયત્ન પોટસ, ટોલેન્સો, ચેમ્બર્સ, અને હટન એ પુસ્તકોમાંથી ઉપયોગી તારવી કહાડી દાખલ કીધાંછે. અને તેમાં વિદ્યાર્થીઓને પોટસના પુસ્તકના અનુક્રમ પ્રમાણે શિખવાને બની આવે માટે તે પ્રથમ દાખલ કીધાંછે, તથા બીજા પુસ્તકોમાંના તેમાં નહી આવેલાં તે પૂરવણીમાં મુકયાંછે. બધાં મળી એકંદર આમાં બસેં મનોયત્ન લીધાં છે.

આ પુસ્તકનું વાંચણુ આગાઉ માજી ઇન્સ્પેક્ટર મી. ટી. બી. કરટીસને બતાવતા તે જોઇ તેમણે તેની ઘણી જરૂર જણાવી મને તે જલદીથી બહાર પાડવા ફરમાવ્યું હતું. પરંતુ કામને લીધે રોકાણ થવાથી સમય ઉપર રાખવું પડયું. મહારા વિ- ચાર પ્રમાણે આ પુસ્તક જેમ છઠા ધોરણના વિદ્યાર્થીઓને ઉપ- યોગીછે તેમજ મેહેતાજીઓને પણ ઉપયોગી થઇ પડશે. આશા છે કે તેઓ તેનો ઉપયોગ કરી પોતાના જ્ઞાનમાં વધારો કરીતેનો લાભ વિદ્યાર્થીઓને આપશે.

આ પુસ્તક બહાર પાડવાને જોઇતી સંભાળ લેવામાં આ- વીછે તેમ છતાં પાછલ્યા વખતમાં કુટીઆના આજારથી કાંઇ સરત ચુક થઈ હોય તો સજન વાંચનાર દર ગુજર કરશે એવી આશાછે.

ગુજરાતી ભાષામાં ગણિતનાં પુસ્તકોની ખોટછે, અને તે બને તેમ પૂરી પાડવી એમ મહારા મનમાં ઘણા કાળથીછે, પણ તે વખત અને તેની ઉઠાવણી ઉપર આધાર રાખે છે. બની શકશે તો સઘળા સ્કંધોનાં મનોયત્ન મહારી તૈયાર ક- રેલી સ્મર્ણ ચોપડી પરથી જલદીથી સમય મળે બહાર પાડ- વાની ધારણા છે અને તે ઇશ્વર પાર લાવે એમ માગું છું.

મહારા ગુજરાતી મિત્રોમાં ગણિત વિદ્યાનો શોખ વધે અને તેઓ તેનું સારી રીતે જ્ઞાન મેળવે, એટલે આવી જાતના મહારા પરિશ્રમનું મને ફળ મળ્યું એમ હું સમજુ છું.

તા૦ ૨૦મી જુન સને ૧૮૭૨

બીજી આવૃત્તિ વિશે.

આ ગ્રંથની પેહેલી આવૃત્તિની ૧૦૦૦ નકલો કહાડી હતી તે નામદાર સરકારને સ્કુલમાં ચલાવવા લાયક માલમ પડવાથી તેની ત્રણુ વખત થઈ ૮૬૫ રાખી અને બાકીની પરચુરણુ ખપી ગઈ. બાદ તેની માગણી જુનાગઢના નામદારે ખુદાવંત અલી ઝાં નવાબ સાહેબ બાહાદુર જી.સી.એસ.આઈ. તરફથી ૭૫ અને તેમના નામદાર શાહાજાદા બાહાદુર ખાનજી તરફથી ૫૦ તથા તેમના વઝીર મેહેરબાન જમાદાર બાવદીન સાહેબ તરફથી ૨૫ મળી કુલ ૧૫૦ માગવામા આવી. તેમજ બાજા ગ્રહસ્થોની તરફથી માગવામાં આવેથી આ આવૃત્તિની ૫૦૦ નકલો કહાડીછે. ખરેખર દેશી રાજાઓ આ પ્રમાણે વિદ્યા સંબંધી યોગ્ય ગ્રંથોને આશરો આપતા જોઈ સઘળા સુજ્ઞ સજ્જનોને સંતોષ પેદા થશે.

સારાં પુસ્તકોનો જલદી ઉઠાવ થાયછે; અને તેથી તેના સારા લખનારાઓને હોંશ વધેછે. આ એક તેનો દાખલો દેશના વિદ્વાનોને જણાઇ આવશે. આશા છે કે દેશમાં સારા લખનાર વધે અને તેમની ખુજ જાણનાર જુનાગઢના નામદાર નવાબ સાહેબ જેવા રાજાઓની વૃદ્ધિ થાય એવી ઈશ્વર પ્રત્યે મહારી પ્રાર્થના છે.

ગણિતના પુસ્તકોનો આ પ્રમાણે ઉઠાવ જોઈ કોઈ પણ સુજ્ઞ જનને સંતોષ થશે અને તેથી મહારો પરિશ્રમ કેટલીક રીતે સફળ થયો એમ હું માનુંછું.

તા૦ ૬ઠી નવેમ્બર સને ૧૮૭૫

ત્રીજી આવૃત્તિ વિશે.

આ ગ્રંથની બે આવૃત્તિ થઈને ૧૫૦૦ નકલો ખપી જ-વાથી હાલ તેની આ ત્રીજી આવૃત્તિ બહાર પાડી છે. એમા પ્રૂફશિટ વિગેરે તપાસવામાં બીજી આવૃત્તિમાં થએલી ઉતાવળ થી જે ભૂલ રહેલી હતી તે સુધારવામાં આવી છે. આશાછે કે ધનાઢ્ય વિદ્વાનો તેને આશરો આપશે, અને વિદ્યાર્થીઓ તેનો ઉપયોગ કરી આ ઉપયોગી વિદ્યાનું જ્ઞાન સંપાદન ક-રશે, જેથી મને માહારો પરિશ્રમ સફળ થએથી સંતોષ મળશે.

તા. ૧૬ મી નવેમબર સને ૧૮૭૯

ગ્રંથ કર્તા.



मनोयत्नो खुलासो.

युक्लिडनी भुमिति

स्कंध १.

મનોયત્ન ૧લું. કૃત્ય—એક આપેલી (अब)સીધી લીટીના સરખા ત્રણ ભાગ કરવાનું. (આકૃતિ ૧લી જો).

સાધન—अबલીટી ઉપર(પે.૧)अबक સમબાજુ ત્રિકોણ કર. અને(પે.૯)अबक તથા बअक ખૂણાને દૂભાગીને बड તથા अड લીટીઓ દોર; ड બિંદુથી (પે. ૩૧.) अक તથા बक ને डल તથા डम સમાંતર લીટીઓ દોર. તેઓ अब લીટીને ल તથા म બિંદુએ મળવાથી अल,लम તથા मब એ ત્રણ अब લીટીના સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—કેમ કે ∠लअड+∠अडल=∠डलम (પે. ૩૨) ∠डअक=∠अडल (પે.૨૯.) અને ∠डअक=∠डअल છે કારણ કે દૂભાગ છે. માટે ∠लअड=∠अडल છે. માટે ૨∠लअड=∠डलम=∠बअक છે. અને તેજ પ્રમાણે ∠गबक=∠डमल. તો જ્યારે △अकबના બે ખૂણા અનુક્રમે △डलमના બે ખૂણાની બરોબર છે તો ત્રીજો ∠क=∠लडम છે. (પે. ૩૨ અનુ). ∴ अबक△ના ત્રણે ખૂણા બરોબર છે તો डलम△ના પણ ત્રણે ખૂણા બરોબર માટે તે સમબાજુ છે. (પે. ૬) અને

અલ = ડલ તથા बम = डमछे. तेथी अल = लम = मब छे. એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન રજું પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખુણાની સામસામેની (अक તથા डब) બાજુઓને દુભાગીને (फ તથા इ) દુભાગ બિંદુઓથી તેઓના સામેના ખૂણા સાંધતી સાંધનારી (अइ તથા बफ) લીટીઓથી, સમાંતર બાજુ ચોખુણની (कड) કર્ણ લીટીના સરખા ત્રિભાગ થશે. (આકૃતિ ૨૭)

હવે कड ને સમાંતર फन દોર. (પે.૩૧) अफन તથા कफग ત્રિકોણમાં अफ = कफ (આ. રચના) છે. ∠अफन = ∠गकफ છે. (પે.૨૯) તેમ પ્રમાણે ∠नअफ = ∠गफक છે. માટે कग = फन છે (પે. ૨૬). વળી अइ તથા बफ સમાંતર છે અને फन તથા गम સમાંતર છે. તેથી फन = गम (પે.૩૪) માટે कग = गम. હવે ∠गकफ = ∠मडइ છે. (પે. ૨૯) ને તેમજ ∠कगफ = ∠नमग છે. અને ∠नमग = ∠डमइ છે. (પે. ૧૫) માટે ∠डमइ = ∠कगफ ને डइ = कफ માટે (પે. ૨૬) डम = कग ને कग = गम (ઉપ. પ્ર) તો डम = गम = कग (પ્રત્ય. ૧) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન રજું. કૃત્ય—બે (अब તથા अक) સમાંતર નહી એવી સીધી લીટીઓની વચ્ચે આપેલા (ड) બિંદુથી એ બે લીટીઓને અડતા સુધી એવી લીટી દોરવી કે તે આપેલા બિંદુ આગળ દૂભાગય. (આકૃતિ ૩ ૭).

સાધન—ड બિંદુથી अक ને સમાંતર डल દોર (પે.૩૧)ને

अब ને સમાંતર डस દોર; अस = सन રાખ. नड સાંધ. नड ને म સુધી વધાર. તો દોરવાની લીટી नम છે.

સિદ્ધતા—કેમ કે सडन તથા डमल△માં (પે. ૨૯) ∠स-नड = ∠मडल છે. ને તેજ પ્રમાણે ∠सडन = ∠लमड છે. अ-स = लड છે. (પે. ૩૪) ને अस = सन રાખેલી છે. માટે सन = लड તો (પે. ૨૬) नड = डम એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪ થું. કૃત્ય—કોઈપણ(अब)લીટીની બહાર એકજ તરફ (क તથા ड) બિંદુઓ આપેલાંછે. તો આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ શોધી કહાડવું કે તે બિંદુથી આપેલાં બે બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓનો આપેલી લીટી સાથે બરોબર ખુણા કરે, ને તે બિંદુથાબે બિંદુઓનેસાંધનારી લીટીઓનો સ-રવાળો આપેલી લીટીના બીજા કોઈપણ બિંદુથી આપેલાં બે બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓના સરવાળા કરતાં નાનો થાય (આકૃતિ ૪થી)

સાધન—क બિંદુથી अब બાજુ ઉપર कअ લંબ દોર; (પે. ૧૨) ને कअ ને વધાર. ને अक = अफ રાખ તો फ તથા ड બિંદુને સાંધનારી લીટી अब ને इ બિંદુ એ છેદશે એટલે તે શોધવાનું इ બિંદુ થશે. इ તથા क સાંધ.

સિદ્ધતા—△अकइ તથા △अफइમાં अक = अफ છે. अइ સાધારણ છે, ∠कअइ = ∠फअइ કાટખુણા છે માટે ∠अइ-क = ∠अइफ (પે. ૪) ને ∠अइफ = ∠डइन છે, (પે. ૧૫) માટે ∠डइन = ∠अइक.

હવે न તથા फ બિંદુ સાંધી લીધાં તો अकन તથા अकन △માં फन = कन (પે. ૪) ને डइ + कइ = डफ, त ड न + फम કરતાં डफ નાની છે. (પે. ૨૦) ને फन = कन છે માટે कन + डन પણ डफ કરતાં મોટી. માટે डन + कन ते कइ + डइ કરતાં મોટી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫ મું. કૃત્ય—કોઈપણ अबक ત્રિકોણનો (मन) પાયો આપ્યો છે ને તેની સામેનો (ल) ખૂણો આપેલો છે. અને બાકીની બે બાજુનો સરવાળો (अड) આપેલો છે. તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

(નિયમની સિદ્ધતા.)

अबक△ની अक બાજુને बक = कड કર (પે. ૩) डब સાંધ. તો ∠कबड = ∠बडक (પે. ૫) અને ∠बडक + ∠कबड = ∠अकब છે. (પે. ૩૨) માટે ∠अकब ના અર્દ્ધની બરોબર ∠बडक થયો. ત્યારે अबक△મા अब પાયા સામેનો જે ∠अकब ના અર્દ્ધની બરોબર (अक + बक =) बड ના ड છેડાથી ખૂણો કરનારી डब લીટી દોરવાથી તે अब પાયાને અડકે છે. (આ ઉપરથી નીચેનો નિયમ નિકળે છે.)

નિયમ—કોઈપણ ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા જેટલી લીટીના છેડાથી તે ત્રિકોણના માથાના ખુણાના અર્દ્ધ જેટલો ખૂણો કરીએ તો તે ખૂણો કરનારી લીટી પાયાને અડીને જાય છે. (આકૃતિ ૫ મી)

સાધન—∠लને (પે. ૯) દુભાગ અને (પે. ૩૨) ∠इलग -

ड બિંદુ આગળ ∠अडब રાખીને डब લીટી દોર. અને अ મધ્ય બિંદુથી मन ત્રિજ્યાએ ગોળ કર્યો તો તે ब બિંદુએ डबને મળશે. ને बड સાથે ∠अडब = ∠डबक રાખ. (પે ૨૩) તો क બિંદુએ अडને बक મળશે એટલે કરવાનો बअक∠ થશે.

સિદ્ધતા—बक = कड (પે.૬)ને ∠कडब+∠कबड = ∠अकब (પે. ૩૨) છે તેથી કરવાનો अबक△ છે. કેમ કે ∠डथी ∠अकब બમણો છે. માટે તે આપેલા ∠ल=∠अकब થયો. તથા अड = अक+बक ને मन = अब પાયો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬ કૃત્ય—કોઇપણ એક (अबक) ત્રિકોણની એક (अब) બાજુમાં આપેલા(ड) બિંદુથી એવી લીટી દોરવી કે તે લીટીથી ત્રિકોણના બે સરખા ભાગ થાય.

સાધન—अक બાજુને इ આગળ દૂભાગ. (પે. ૧૦) इड, સાંધ. इड ને સમાંતર ब બિંદુથી बफ દોર. (પે. ૩૧) बइ તથા डफ સાંધ. એટલે દોરવાની લીટી डफ થશે.

સિદ્ધતા—अबइ△ = बकइ△ છે (પે.૩૮) અને बडइ△ = फडइ△ (પે. ૩૭) એ બંનેમાંથી डनइ△ બાદ કરીએ તો बडन△ = फइन △. હવે अबइ△-बडन△+फइन △ = अफड△ = बकइ△-फनइ △+बडन = बडफक ચોખુણ થયો. એટલે अबक△ના બે બરોબર ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭ પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બહાર આપેલા(इ) બિંદુથી તે સમાંતર બાજુ ચોખુણ કરનારી બાજુઓના (अकतथा कडना) છેડા સાંધનારી લીટી-

થએલા(अकइ તથા कडइ) ત્રિકોણનો સરવાળો તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણની કર્ણ લીટીના (क) તથા (ब) છેડા આપેલા (इ) બિંદુ સાથે સાંધવાથી થએલા (बकइ) ત્રિકોણની બરોબર છે. પણ જો બિંદુ માંહે આવ્યું હશે તો તે બે ત્રિકોણની બાદબાકી બરોબર છે.

अक ને સમાંતર इ બિંદુથી (પે ૩૧)इफ લીટી દોર. कड લીટીના ग છેદન બિંદુથી गअ તથા गव સાંધ તો अकइ△= अकग△ (પે.૩૭) તેમજ कग પાયા ઉપરના कगव△=कगअ △માટે अकइ△=कगव△. વળી डव પાયા ઉપરના डवइ△= डवग△ (પે.૩૭)એ બેમાંથી△डहव બાદ કરીએ તો બાકી गहव△=डहइ△. માટે अकइ△+डहइ△=कगव△+गहव △એટલે कहव△=अकइ△+डहइ△ એ બરોબરમાં कहइ△ મેળવ્યો તો कवइ△=अकइ △+डहइ△कहइ△છે; પણ कहइ△+डहइ△=कइड△માટે अकइ △+कडइ△= कइव△એ સિદ્ધ, (જો इ બિંદુ માંહી હશે તો પણ એમજ પ્રમાણે વિચારથી થશે.)

મનોયત્ન ૮મું.કૃત્ય—(अव)પાયા ઉપર એક સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ એવી રીતે કરવો કે જેની દરેક બાજુ પાયા કરતાં બમણી થાય. (પહેલા સ્કંધની પ્રથમની ત્રણ પ્રતિજ્ઞા લાગુ પાડ્યા સિવાય કરવો.)

સાધન—अ તથા व મધ્ય બિંદુ ધારી अव ત્રિજ્યાએ अइ,वड ગોળ કર, अव ને इ તથા ड બિંદુ સુધી વધાર. अ મધ્ય બિંદુ

ધારીને अड ત્રીજ્યાએ डनग ગોળ કર, ને ब મધ્ય બિંદુ ધારીને बइ ત્રીજ્યાએ बनल ગોળ કર. ન છેદન બિંદુ ને अ તથા ब સાંધ. એટલે કરવાનો સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ अबन થશે.

સિદ્ધતા.—કેમકે ૨ अब = बइ છે. ને बइ = बन છે. માટે ૨ अब = बन વળી अड = ૨अब ને अड = अन છે. માટે अन = ૨अब માટે अबने△માં अन = बन = ૨अब એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯ પ્રમેય.—પહેલા સ્કંધની પાંચમી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં (फक) અને (बग) જે (ह) બિંદુ આગળ છેદાય છે, ત્યાંથી દોરેલી (अह) લીટી (बअक) ખૂણાને દૂભાગશે.

∠हबक = ∠हकब છે. માટે बह = कह (પે. ૬) ને बअह તથ कहअ△માં अह બાજુ સાધારણ છે. बअ = कअ છે. (૭૫ પ્ર.) માટે ∠बअह = ∠कअह (પે. ૮) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦ પ્રમેય.—પહેલા સ્કંધની પાંચમી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં (फबग) ખૂણો (अबक) ખૂણાની બરોબર હોય અને (बग) તથા (फक) એક બીજીને ह આગળ છેદે તો (बहफ) ખૂણો (बअक) ખૂણા કરતાં બમણો થશે.

કેમકે ∠अ+∠अबक = ∠बकग (પે. ૩૨). ને ∠बकग = ∠कबफ એટલે ∠कबफ = ∠अ+∠अबक અને ∠अबक = ∠फबह આપેલા છે તો તે પહેલામાંથી અનુક્રમે બાદ કર્યા તો ∠अ = ∠कबह રહ્યો. ∠बकह+∠हबक = ∠बहफ છે. (પે. ૩૨). માટે ૨ ∠हबक = ∠बहफ પણ ∠कबह = ∠अ છે માટે ∠अ = ∠बहफ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧ મું પ્રમેય.—એક (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના માથાના ખૂણાને દૂભાગનારી (अड) લીટી પાયાને દૂભાગે છે ને પાયા ઉપર લંબ છે.

अब = अक, ∠बअड = ∠डअक અને अड લીટી अबड તથા अडक △માં સાધારણ છે ∴ बड = डक અને ∠अडब = ∠अडक ∴ ड આગળના ખૂણા કાટખૂણા (આ. ૧૦) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨ મું પ્રમેય.—એક (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના પાયાના દરેક (ब તથા क) છેડાથી તેની સામેની બાજુ ઉપર (बइ તથા कड) લંબ દોર્યા તો તે દરેક લંબ અને પાયો એઓથી થએલો દરેક ખૂણો ત્રિકોણના માથાના (अ) ખુણાથી અરધો છે.

∠अ દૂભાગનારી લીટી પાયાના કોઇ फ બિંદુને મળતા સુધી વધાર (પે. ૯) તો फअ લીટી પાયા ઉપર લંબ છે. (મ. ૧૧) હવે अकफ તથા डबक△ના ∠अकफ = ∠डबक અને ∠अफक = ∠बडक કાટખુણા છે, તો બાકીનો ∠फअक = ∠बकड (પે. ૩૨ મી અનુ.) પણ ∠फअक = ½∠बअक છે. માટે ∠डकब = ½∠बअक તેજ પ્રમાણે ∠कडइ = ½∠बअक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩ મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણના માથાના ખૂણાને દૂભાગનારી (अड) લીટી જો પાયાને દૂભાગે, તો તે સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ થશે.

अड ને વધાર અને अड = डइ રાખ. (પે.૩) इक સાંધ. अबड તથા कडइ△માં बड = डक, अड = डइ (આ. ૨૫) અ

ને ∠अडब = ∠कडइ (પે. ૧૫).∵. अब = कइ અને ∠बअड = ∠कइड (પે. ४) પણ ∠बअड = ∠कअड છે.∵.∠कअइ = ∠कइअ ∵. अक = कइ (પે. ૬).∵. अब = अक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪મું કૃત્ય—એક આપેલી (अब) સીધી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢવું કે તેની બેઉ બાજુએ આપેલાં (क) તથા (ड) બિંદુથી તે બિંદુ સુધી દોરેલી લીટીઓથી થએલો ખૂણો તે આપેલી લીટીથી દૂભાગય.

સાધન—क બિંદુથી (પે. ૧૨) कइ લંબદોર તેને વધારીને कइ = इफ રાખ (પે. ૩) डफ સાંધ એ સાંધનારી फड લીટી, अब ને ग બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર, गक સાંધ. તો માગેલું બિંદુ ग થશે.

સિદ્ધતા—સાધન ઉપરથી कइग△ = फइग△એક ३૫ (પે.૪) માટે ∠फगइ = ∠कगइ માટે માગેલું ग બિંદુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫ મું પ્રમેય—પહેલા સ્કંધની પાંચમી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં ધારો કે (अब) અને (अक)ના વધારામાંના (फ) અને (ग) બે બિંદુથી (फह અને गस) બે લંબદોર્યા તે(फक અને गब) ની બરોબર અનુક્રમે રાખ્યા. વળી (बहઅને कस)ને વધારવાથી તેઓને (न) બિંદુ એ મળે છે. તો સિદ્ધ કર કે (बह અને कस) (बन) તથા (कन) બરોબર છે.

કેમકે बफह તથા गकस△માં फह = गस, फब = गकतथा∠बफह = ∠कगस (આ. ૨૫.) बह = कस તથા ∠फबह = ∠गकस (પ્ર.૪)પણ फबक = ∠गकब (પે. ૫).∵. ∠नकब = ∠नबक ∵.

कन = चन (पे. ६) ए सिद्ध.

मनोयत्न १६मुं प्रमेय.—एक (अब) सीधी लीटीना कोई (क) बिंदुथी तेनी बेउ बाजु तरफ आपेला (ग तथा ड) बिंदु सुधी दोरेली लीटीओ बरोबर थाय छे. अने ते दोरेली लीटीओ तथा आपेली लीटीथी थएला खूणा बरोबर छे. तो आपेलां बे (ग तथा ड) बिंदुने सांधनारी आपेली लीटी पर लंब छे.

कगम तथा कडम$\triangle$मां कग = कड, $\angle$गकम = $\angle$डकम अने कम साधारण. $\therefore$ $\angle$कमग = $\angle$कमड (पे. ४) माटे ते दरेक काट खुणो छे. (व्या १०). $\therefore$ अब उपर गड लंब छे ए सिद्ध.

मनोयत्न १७मुं प्रमेय—एक (अबक) समद्वि बाजु त्रिकोणमां माथाना (अ) खूणा तरफ तेनी एक (बअ) बाजुने तेना जेटली (ड सुधी) वधारी अने ते (डक) बिंदु सांध्या तो (बकड) खूणो काटखूणो थशे.

अब = अक = अड छे. तेथी $\angle$ड = $\angle$अकड ने $\angle$ब = $\angle$अकब (पे. ५) $\therefore$ $\angle$बकड = $\angle$अबक + अडक. $\therefore$ $\angle$बकड काटखुणो छे (पे. ३२ना २जा अनु.) ए सिद्ध.

मनोयत्न १८मुं प्रमेय—एक (अबक) समद्वि बाजु त्रिकोणना (बक) पाया उपर तेना कोई (फ) बिंदुथी दोरेलो लंब एक (बअ) बाजु ने (ड आगळ) छेदे; अने ते लंबने तथा बीजी (कअने) बाजु वधारवाथी तेओ (ई) बिंदुए मळे, तो तेथी थएलो (अडई) त्रिकोण समद्वि बाजु थशे.

डबफ તથા कफइ△માં∠डबफ =∠फकइ (પે.૫) ને फ પાસેના કાટખૂણા છે માટે∠बडफ =∠कइफ(પે.૩૨)વળી ∠ब डफ =∠अडइ (પે.૧૫).˙.∠अइड =∠अडइતો अइ = अड(પે. ૧) માટે (૨૫ વ્યા.)अडइ સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ છે. એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૯ મું પ્રમેય—પહેલા સ્કંધની પહેલી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં अब) બાજુને બંને તરફ પરિધિને (ड) તથા इ બિંદુએ મળતા સુધી વધારી, અને (क) બિંદુથી (कड) અને (कइ) સાંધ્યાં તો कइड ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ થશે. અને તેના પાયા તરફનો દરેક ખૂણો માથાના ખૂણાનો એક ચતુર્થાંશ થશે.

डअ = अक = अब = बक = बइ .˙. ∠ड =∠डकअने∠इ = बकइછે(પે.૫)∠ड+∠डकअ =∠कअब(પે.૩૨).˙.૨∠ड =∠क अबतेज પ્રમાણેकबइ△માં૨∠इ =∠कबअછે.પણ∠कबअ =∠क अबછે. તો તેઓનાં અર્ધ∠ड =∠ इ માટે कडइ△સમદ્વિ બાજુ છે.(પે.૧)૨∠ड =∠कअब =∠अकबઅને∠ड =∠डकअ = ∠ बइक =∠बकइ છે માટે ૪∠ड =∠डकइ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૦ કૃત્ય—(अक તથા बड) બે સિધી લીટીઓ (ग બિંદુ આગળ) પરસ્પર છેદાયછે. તો તે ઉપર આપેલા (इ) બિંદુથી એવી સીધી લીટી દોરવી કે આપેલી લીટીઓ સાથે બરોબર ખૂણા કરે.

સાધન—∠अगब ને દુભાગ (પે.૯) गफ સાથે इ બિંદુથી इम સમાંતર દોર. (પે.૩૧) એટલે તે દોરવાની લીટી થશે.

સિદ્ધતા—∠फगम = ∠फगब (અ. ૨૫.) અને ∠फगन = ∠गनम તથા ∠फगम = ∠गमन (પે. ૨૯) ∴ ∠गनम = ∠गमन માટે દોરવાની રીત થઇ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૧ મું કૃત્ય—(अब તથા अक) બે સમાંતર નહીં (વધારવાથી अ આગળ મળે) એવી સીધી લીટીઓ તથા એક (ड) બિંદુ આપેલું છે. તે બિંદુથી આપેલી એક (अब) લીટી સુધી એવી डइ લીટી દોરવી કે તે બીજી अक લીટીથી દુભાગય.

સાધન—अ તથા ड બિંદુ સાંધ ड બિંદુથી अब ને સમાંતર डन દોર. (પે. ૩૧) તે अक ને न આગળ મળશે. અને न બિંદુથી अड ને સમાંતર नइ દોર. (પે. ૩૧) અને बइ સાંધ તો દોરવાની લીટી डइ છે.

સિદ્ધતા.—કેમકે ∠अगड = ∠नगइ (પે. ૧૫) છે. ને ∠गअड = ∠गनइ; (પે. ૨૯) અને अड = नइ (પે. ૩૪) તો गड = गइ (પે.૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૨ મું કૃત્ય—(अब તથા अक) બે સમાંતર નહીં (વધારવાથી अ આગળ મળે.) એવી સીધી લીટીઓની વચ્ચે આપેલી અંતવાન (डइ) સીધી લીટી એવી રીતે મુકવી કે તેની સાથે તે બે સીધી લીટીઓથી થએલા ખૂણા બરોબર થાય.

સાધન—अबमા म બિંદુ લે અને कअमાંથી अम = अल રાખ. (પે ૩) અને मल સાંધીને તેને डइ = मवथાય એટલી व સુધી વધાર. અને व બિંદુથી अब ને સમાંતર वच દોર चબિંદુ

થી मव ને સમાંતર चर દોર. (પે. ૩૧) તો દોરવાની લીટી चर છે.

સિદ્ધતા—∠अगल = ∠अलम (પે. ૫). અને ∠अमल = ∠अरच તથા ∠अलम = ∠अचर (પે. ૨૯) માટે ∠अरच = ∠अचर અને चर = मव છે (પે. ૩૪) અને मव = डइ છે. (આ ૨૫.) માટે डइ = चर એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૭મું કૃત્ય—એક આપેલી (अव) લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢવું કે તેની એકજ તરફ બે આપેલાં (ड તથા इ) બિંદુ સરખે અંતરે થાય.

સાધન—डइ સાંધ અને તેને न બિંદુ આગળ દુભાગીને नक લંબ દોર (પે. ૧૦–૧૧ પ્ર.) તે अव ને क આગળ મળશે તો શોધી કાઢવાનું બિંદુ क છે.

સિદ્ધતા.—કેમકે इन = डन છે, कन સાધારણ છે, અને ∠कनइ = कनड કાટખુણો છે તો कड = कइ. (પે. ૪) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૩મું કૃત્ય—એક (कव) સીધી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢવું કે બીજી (अक તથા अव) સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે થાય. અને તે ક્યારે અશક્ય હોય?

જો એ ત્રણે સીધી લીટીઓ સમાંતર અને પેહેલી તથા બીજીનું અંતર બીજીને ત્રિજીના અંતરની બરોબર નહીં હશે તો એ કૃત્યનું સાધન અશક્ય છે.

સાધન—થઇ શકે તો એ લીટીઓનો अवक△ કર. (પે. ૨૦) ∠अ દુભાગીને अड લીટી દોર. (પે. ૯) અને ड બિંદુથી डम તથા डल લંબ દોર. (પે. ૧૨)

• સિદ્ધતા—अडल તથા अडम△માં∠डअल = ∠डअम તથા ∠अलड = ∠डमअ; अड સાધારણ છે. તો डल = डम (પે. ૨૬) માટે શોધી કાઢવાનું બિંદુ ड છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૫મું પ્રમેય—એક (अबक) સમદ્વિ બાજુત્રિકોણના પાયાના એક (क) છેડાથી તેની સામે (बअ) બાજુને અડતાં સુધી (વધારવી પડે તો વધારીને) તે ત્રિકોણની એક બાજુ જેટલી(कड)લીટી દોરી તો પાયો અને તે લીટીથી થએલો (डकइ)ખુણો પાયા તરફના કોઇ પણ ખુણાથી ત્રમણો થશે.

૨∠अबक = ૨∠अकब = ∠कअड (પે. ૩૨) અને∠कअड = ∠कडअ (પે. ૫)માટે ૨∠कबअ = ∠अडक અને∠डकइ = ∠बडक+∠कबड (પે.૩૨) માટે ૩∠कबअ = ∠डकइ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૬મું પ્રમેય—એક (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના (बक) પાયામાં એક (ड) બિંદુ લીધું. અને अकમાંથી कड = कइ રાખીને (डइ) તેને વધારી તે બીજી (अब) ને (फ) બિંદુએ મળવાથી થએલા (अइफ) ખૂણાની ત્રમણાઇ, બે કાટખૂણા વત્તા (अफइ) ખૂણો, અથવા ચાર કાટખૂણા વત્તા તે (अफइ) ખુણાની બરોબર થશે.

હવે ∠अबक+∠अफइ = ∠फडक (પે. ૩૨) = ∠डइक (પે. ૫) = ∠अइफ. (પે.૧૫) ∴∠अइफ = ∠अबक+∠अफइ માટે ૨∠अइफ = ૨∠अबक+૨∠अफइ. બન્નેમાં ∠अइफ મળ્યો તો ૩ ∠अइफ = ૨ ∠अबक+૨ ∠अफइ+∠अइफ પણ ૨∠अबक+∠अफइ+∠अइफ = ૨ કાટખુણા (પે. ૩૨)

માટે ૩ ∠अइक = ૨ કાટખુણા + ∠अफइ એ સિદ્ધ.

બીજો પ્રકાર—૩ ∠अइफ = ચાર કાટખુણા × ∠अफइ થશે. ∠अइफ = ∠कडइ + ∠डकइ (પે. ૩૨) માટે ૩∠अइफ = ૩ ∠कडइ + ૩∠डकइ અને ∠अकब = ∠अबक (પે. ૫) = ∠बडक + ∠बकड માટે ∠डकइ = कडइ (= ∠बडक (પે. ૧૫) + ∠अफइ બંનેમાં ૨ ∠डकइ મેળવ્યા તો ૩∠डकइ = ૨∠डकइ + ∠कडइ + ∠अफइ બંનેમાં ૩ ∠कडइ મેળવ્યા તો ૩∠डकइ + ૩∠कडइ = ૪∠कडइ + ૨∠डकइ + ∠अफइ. પણ ૩∠डकइ + ૩∠कडइ = ૩∠अइफ છે માટે ૩∠अइफ = ૪∠कडइ + ૨∠डकइ + ∠अफइ. અને ૪∠कडइ + ૨∠डकइ = ૪ કાટખૂણા છે (પે. ૩૨) માટે ૩∠अइफ = ૪ કાટખુણા + ∠अफइ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૭ પ્રમેય.—એક अबक સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના પાયાના કોઈપણ (ड) બિંદુથી સામેની બાજુઓ ઉપર પાયા સાથે બરોબર ખૂણા કરે એવી (डम તથા डल) લીટીઓનો સરવાળો, પાયાના એક (ब) છેડાથી તે ખૂણાઓની બરોબર પાયા સાથે ખૂણો કરે એવી (बस) લીટી દોરીએ તેની બરોબર છે.

डम ને વધાર અને अक ને સમાંતર बइ દોર. (પે. ૩૧) बस તથા मइ સમાંતર છે (પે. ૨૮) માટે बस = मइ (પે. ૩૪) અને डबल તથા डबइ△માં∠बडल = ∠बडइ, बड બાજુ સાધારણ છે; ∠इबड = ∠बकअ (પે. ૨૯) ને ∠बकअ = ∠लबड (પે. ૫) માટે ∠ इबड = ∠लबड તો डल = डइ (પે. ૨૬) માટે डल + डम = मइ છે. અને मइ = बस છે. માટે डल + डम = बस એ સિદ્ધ.

• **મનોયત્ન ૨૮ મું પ્રમેય**—એક (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણની એક (अब) બાજુને પાયા તરફ વધારી અને બીજી (अक) બાજુના કોઇપણ (स) બિંદુથી (सम) એવી લીટી દોરેલી હોય કે પાયાથી (ड બિંદુએ) દૂભાગાય; તો માથાને ખૂણો અને એ (सम) સીધી લીટી વચે જે બે (अम તથા अस) ખંડો થશે, તેઓનો સરવાળો ત્રિકોણની બે બાજુઓના સરવાળા બરાબર થશે.

स તથા म બિંદુથી પાયા ઉપર सइ તથા मग બે લંબ દોર (પે. ૧૨) તો गमड તથા सडइ △માં ∠मगड = ∠सइड, ∠मडग = ∠सडइ તથા मड = सड માટે गम = सइ (પે ૨૬) અને गमब તથા सकइ △માં ∠मगब = ∠सइक, मग = सइ તથા ∠गबम = ∠अबक (પે. ૧૫) અને ∠अबक = ∠अकब (પે. ૫.) માટે ∠सकइ = ∠गबम તો बम = सक (૨૬) તો अब + अस + सक = अब + अक = बम + अब + अस = अक + अस એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૯ પ્રમેય.—એક (अबक) ત્રિકોણના પાયા તરફના ખુણાઓને દૂભાગનારી (बम તથા कस) લીટીઓ બરોબર છે. તો સિદ્ધ કરો કે તે ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ છે. અને દૂભાગનારી લીટીઓના મળવાથી થએલા (बनक) ખૂણો ત્રિકોણની કોઇપણ બાજુને વધારવાથી થએલા બહારના ખૂણાની બરાબર થશે.

જો ∠कबम = ∠बकस છે તો તે अकब △ સમદ્વિ બાજુ છે. કારણકે અરધ બરોબર માટે આખા પણ બરોબર છે (પે. ૬)

જો બરોબર નથી તો ધાર કે તેમાનો ∠कबम થી ∠बकस ના-
નો છે. सक ને સમાંતર ब બિંદુથી बड દોર. અને बअ ને
સમાંતર क બિંદુથી कड દોર. (પે. ૩૧) તો बड = सक (પે.
૩૬) અને सक = बम છે. માટે बम = बड તો ∠बमड = ∠बडम.
(પે. ૫). હવે बमक તથા बसक △ માં बक સાધારણ, बम =
कस અને ∠कबम કરતાં ∠बकस નાનો છે તો बस કરતાં
कम મોટી (પે. ૨૫) અને बस = डक છે (પે. ૩૪) માટે डक
કરતાં પણ कम મોટી તો ∠कमड કરતાં ∠कडम મોટો.
એ બંને વિષમમાં ∠बडम તથા ∠बमड સમ મેળવ્યા તો ∠
बमक કરતાં ∠बडक મોટો. અને ∠बडक = ∠बसक (પે. ૩૮)
માટે ∠बमक થી ∠बसक પણ મોટો. बनस તથા कनम △ માં
∠बनस = ∠कनम (પે. ૧૫) ને ∠बसन થી ∠कमन મોટો
છે માટે બાકીનો ∠सबन થી ∠मकन મોટો રેહેવો જોઇએ (પે.
૩૨) ને જ્યારે △मकन = ∠सकब ને તથા ∠सबन નાનો ત્યારે
∠मबक પણ નાનો ને આપણે એને મોટો ગણ્યો છે. માટે એ
અશક્ય છે. એટલે એ ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ છે. વળી ∠बनक =
∠बसन + ∠सबन (પે. ૩૨) ને ∠बसन = ∠लबड (પે. ૨૯) છે.
ને ∠मबस = ∠मबक = ∠सकब છે ને सकब = ∠कबड (પે. ૨૯) છે
માટે ∠सबन = ∠कबड ∴ ∠बनक = ∠कबल એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૦ પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણના પાયાના
છેડાથી બાજુઓ ઉપર (कड તથા बइ લંબો કરીએ તે બ-
રાબર હોય તો (૨) સામેની બાજુઓને દુભાગનારી (बइ તથા कड)

લીટીઓ બરોબર હોય;(૩)બાજુઓની સાથે (अबइ) તથા
अकड) બરોબર ખૂણા કરે એવી(बइ તથા कड) લીટીઓ
બરોબર હોય તો તે ત્રિકોણ સમદ્વિ બાજુ થશે.
પહેલો પ્રકાર—अबइતથા अकडΔમાં∠अइब =∠अडक
કાટખૂણાછે. बइ =कड ∴(આ. ૨૫)માથાનો∠बअइ સાધારણ
છે.∴अब = अक(પે.૨૬) તો अबकΔસમદ્વિ બાજુ છે.
બીજો પ્રકાર—डइ સાંધ અને डતથા इ (બિંદુ)માથી ઉ-
પર डफ તથા इर લંબ દોર. (પે. ૧૨) बडकΔ=बइकΔએ
દરેક अबकΔનું અરધ છે (પે.૩૮). માટે डइ તથા बक સમાં
તર (પે.૩૯) ને डफ તથા इर લંબ સમાંતર છે.∴डफ=इर
(પે.૩૪) વળી बइर તથા कफडΔમાં बइ = कड(૯. પ્ર.) इर
=डफતો बर=कफ (પે.૪૭પ્ર.ના ૨૦મા અનુ.પ્ર.)એ બંનેમાં
થી फर સામાન્ય છે તે બાદ કરી તો बफ= कर રહી. હવે बड
फ તથા कइरΔમાં बफ =करતથા डफ= इर, ∠बफड =∠क-
रइ તો बड =कइ (પે.૪) આદિ એઓની બમણાઈअब =अक
છે માટે अबकΔ(બા.૨૫) સમદ્વિ બાજુ છે એ સિદ્ધ.
પ્રકાર ત્રીજો.—अबइતથાअकडΔમાં बइ = कड, ∠अबइ =
∠अकड (આ. ૨૫.),∠अ સામાન્ય છે. માટે अब =अकતો अब
कΔ(બા.૨૫) સમદ્વિ બાજુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૧ પ્રમેય—એક(बअक)ત્રિકોણનો એક(अबक)
ખૂણો કાટખૂણોછે. ને બીજો (अबक)ખૂણો,ત્રીજા(अकब)
ખૂણાથી બમણોછે. તો નાના ખૂણા સામેની(अब)બાજુથી બ

મણાઈ કરતાં મોટા ખૂણા સામેની (वक) બાજુ નાની થશે.

अव ને વધારીને તેના જેટલા वड રાખ (પે. ૩) कड સાંધ. अवक તથા कवड△માં अव = वड, वक સાધારણ, અને ∠अवक = ∠कवड તો ∠अकव = ∠वकड (પે. ૪) માટે ૨∠अकव = ∠अकड ને ૨∠अकव = ∠वअक. તો ∠डअक = ∠अकड તો अड = कड: (પે. ૬) ને अड બાજુ अव થી બમણી છે માટે कड પણ બમણી. અને वकड△માં वक બાજુ वड કરતાં નાની છે (પે. ૧૯) માટે તે ૨ अव કરતાં નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૨ મું પ્રમેય—કોઈપણ (अवक) ત્રિકોણનો એક (वअक) ખૂણો બાકીના બે ખૂણાઓના સરવાળા બરાબર હોય તો સૌથી મોટી (वक) બાજુ, તેની સામેના ખૂણાથી તેના મધ્ય બિંદુને સાંધનારી (अड) લીટીથી બમણી થશે.

वअक ખૂણામાંથી ∠वकअ = ∠कअड રાખી अड લીટી દોર (પે. ૨૩) એટલે બાકી ∠वअड = ∠डवअ રહ્યો. તો डव = अड અને अड = कड (પે. ૬) તો वड = कड માટે वक બાજુ ड બિંદુ આગળ દુભગાય. અને તે ड બિંદુ તથા वक સામેના वअक ખુણાને સાંધનારી अड લીટી કરતાં वक સૌથી મોટી બાજુ તે બમણી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૩ મું પ્રમેય—કોઈ (अवक) કાટખૂણ ત્રિકોણના (वअक) કાટખૂણાથી (वक) કર્ણ ઉપર (अफ) લંબ અને બીજી કર્ણને દુભાગનારી (अड) લીટી દોરી તો તે બે લીટીઓ વચ્ચેનો (डअफ) ખૂણો, ત્રિકોણના બાકીના (वकअ તથા अव

• क) ખૂણાઓની બાદબાકી બરોબર થશે.

∠अबक+∠बअफ = એક કાટખૂણો છે. અને ∠अकब+∠अबक = એક કાટખૂણો છે. માટે∠बकअ = ∠बअफ પણ बड = अड છે. (મ. ૩૨) માટે∠डबअ = ∠डअब તો ∠बकअ -∠डबअ = ∠बअफ-∠डअब = ∠डअफ જે अड તથા अफ લીટીઓની વચ્ચેનો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૪મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણના માથાના (अ) ખૂણાને એક (अड) લીટીથી દૂભાગીને તે લીટીપર બાકીના (ब અને क) ખૂણાથી (बफ અને कइ) લંબો દોર્યા;અને (बक) પાયાને (ग બિંદુએ) દૂભાગ્યો તો તે દૂભાગ બિંદુ અને લંબાનો છેડા સાંધનારી (गइ અને गफ)લીટીઓ બરોબર થશે.

इग, कइ અને फग ને અનુક્રમે ल, म,અને र સુધી વધાર, कगइ તથા बगलΔમાં∠बगल = ∠कगइ,∠लबग = ∠इकग અને बग = कग માટે लग = गइ(પે. ૨૬) अकमΔમાં ∠मअकને દૂભાગનારી अइ, कम પાયા ઉપર લંબ છે માટે તે कम ने દૂભાગે છે.∵ ½बकमΔ = बमइΔ = बमगΔ (પે.૩૮) ∴बम તથા गइ સમાંતર (પે. ૩૯). गफल તથા गइरΔમાં ∠गफल = ∠गरइ,∠लगफ = ∠रगइ તથા लग = गइ માટે लफ = रइ (પે.૨૬).હવે लफइ તથા फरइΔમાં फइ સાધારણછે,रइ = लफ (ઉપ.) ને∠लफइ = ∠फइर કાટખૂણા છે. તો∠लइफ = ∠रफइ (પે. ૪).∴ गफ = गइ (પે. ૬)એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૫મું પ્રમેય.—કોઈપણ (अबक) ત્રિકોણના માથાના (बअक) ખૂણાને દૂભાગનારી (अड) અને તે (बअक) ખૂણાથી (बक)પાયા ઉપર (अफ)લંબ લીટી દોરીએ તેઓના વચ્ચેનો (डअफ) ખૂણો ત્રિકોણના પાયા તરફના (ब) તથા (क) ખૂણાની બાદબાકીના અર્ધની બરોબર થશે.

∠अबक+½∠बअक+∠डअफ = ૧ કાટખૂણો. ને∠बकअ +½∠बअक-∠डअफ =૧કાટખૂણો. તો∠बकअ+½∠बअक-∠डअफ =∠अबक+½∠बअक+∠डअफ. ∴∠बकअ-∠अबक = ૨∠डअफ. ∴∠डअफ =½(∠क-∠ब) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૩૬ મું પ્રમેય—એક (अबक)ત્રિકોણના પાયા તરફના એક (अबक) ખૂણાથી બીજો(अकब) બમણો હોય અને તે બમણો ખુણો જે પ્રમાણે પોહોળો અથવા સાંકડો ખૂણો હોય તે પ્રમાણે નાહાના ખૂણા સામેની બાજુ (માથાના ખૂણાથી પાયાપર લંબ દોરવાથી) પાયાના બે ખંડોનો સરવાળો અથવા બાદબાકી બરોબર થશે.

પહેલો પ્રકાર—જો अकब ખૂણો પોહોળો છે તો માથાના ખૂણાથી દોરેલો अड લંબ બહાર પડશે; માટે बड તથા कड બે ખંડો થયા. बड વધારીને कड=डइ રાખ; (પે. ૩) ને अइ સાધ बड+कड =बइ=अक થશે કેમકે अकड તથા अडइ△ માં कड=डइ રાખીછે, अड સાધારણછે. ને ∠अडक =∠अडइ કાટખુણાછે. ∴अक =अइ અને ∠अकड=∠अइड (પે. ૪). હવે ∠अबक+∠बअक=∠अकड (પે. ૩૨).∴∠अबक+∠बअ

क = ∠अइक અને ∠अइक + ∠कअइ = ∠बकअ (પે. ૩૨). ∴ ∠अबक + ∠बअक + ∠कअइ = ∠बकअ અને ૨∠अबक = ∠बकअ. ∴ ∠अबक = ∠बअक + ∠कअइ માટે ∠अबक = ∠बअइ ∴ बइ = अइ; (પે. ६) ને अइ = अक (ઉપ. ૪). ∴ अक = बइ = बड + कड અંકોનો સરવાળો છે. એમ સિદ્ધ.

બીજો પ્રકાર—જો अकब ખૂણો સાંકડો છે તો अड લંબદોર (પે. ૧૦) ને कड = डइ કાપ્યા (પે. ૩) તો अकड તથા अडइ △માં अक = अइ ને ∠अकड = ∠अइड (પે. ૪). હવે ∠अबइ + ∠बअइ = ∠अइड (પે. ૩૨) ∴ ∠अबइ + ∠बअइ = ∠अकड ને ૨ ∠अबइ = ∠अकड (આ. ૨૫.) માટે ∠अबइ = ∠बअइ ∴ बइ = अइ; (પે. ६) ∴ अक = बइ = बड - डक અંકોની બાદબાકી છે એમ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૭મું પ્રમેય.—એક (अबक) ત્રિકોણના બે બહારના (कबइ તથા बकफ) ખૂણાને દુભાગનારી (बड તથા कड) લીટીઓના (ड) છેદન બિંદુ અને માથાના (बअक) ખૂણાને સાંધનારી (अड) લીટી તેજ (बअक) ખૂણાને દુભાગશે.

ड બિંદુથી (डइ), डफ અને डम લંબદોર. (પે.૧૨) बइड તથા बमड △માં ∠डबइ = डबम, ∠बइड = ∠बमड કાટખૂણા છે, बड સાધારણ છે. તો डइ = डम (પે. ૨૬) તેજ પ્રમાણે कफड તથા कमड △માં डम = डफ માટે डइ = डफ હવે अइड △માં अड^2 — डइ^2 = अइ^2 (પે. ૪૭) તેજ પ્રમાણે अडफ △માં अड^2 — डफ^2 = अफ^2 પણ डइ = डफ છે. માટે अइ^2 =

$अक^2$ માટે अइ = अक અને अडइ તથા अडफ △માં अड સાધારણ अइ = अफ અને डइ = डफ (ઉપ. પ્ર.) ∴ ∠इअड = ∠डअफ (પે. ૮) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૮ મું કૃત્ય—એક (अबक) સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણના માથાના (बअक) ખૂણાથી પાયાપર એવી લીટી દોરવી કે તે એક (अक) બાજુથી જેટલી મોટી તેટલીજ બીજી (अब) બાજુથી નાની થાય.

(નિયમ—દોરવાની લીટી, નાની તથા મોટી બેલીટીઓના સરવાળાના અર્ધની બરોબર છે. કેમકે ૪ = ૩+૧ છે. ને ૫—૧ = ૪ છે તો ચાર, પાંચ અને ત્રણના સરવાળાના અર્ધની બરોબર છે. એટલે દોરવાની લીટી બે લીટીઓના સરવાળાના અર્ધ જેટલી દોરવી છે.)

સાધન—अब ને વધારીને अक = अइ રાખ (પે. ૨) बइ ને म બિંદુએ દુભાગ. (પે. ૧૦) અને अ મધ્ય બિંદુથી बम અંતરે डफग ગોળ કર. अड સાંધ તો દોરવાની લીટી अड છે

સિદ્ધતા.--કેમકે ઉપરના નિયમ પ્રમાણે बमથી बअ જેટલા વધારેછે તેટલીજ अक ઓછીછે. ને बम = अड છે. માટે દોરવાની લીટી તેજ છે ગા સિદ્ધ. (ગોળ પાયાને છેદ્યા સિવાય દોરાશે એ તકરારને વિદ્યાર્થીઓ સેહેલથી રદ કરશે.)

મનોયત્ન ૩૯ મું કૃત્ય—એક (अबक) કાટખૂણાના સરખા ત્રણ ભાગ કરવાનું. (પેહેલા સ્કંધની ૧૪૬ મી કલમમાં સિદ્ધતા આપેલી છે.)

સાધન—बक ઉપર बकड સમબાજુ△કર. (પે. ૧) ને ∠बकड ને (પે. ૯) દૂભાગીને बइ લીટી દોર, એટલે કાટખૂણાના સરખા ત્રણ ભાગ થશે.

સિદ્ધતા.—∠डबक = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો કેમકે તે સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણોછે. તો બાકી ∠अबड = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો રહ્યો. વળી ∠कबड ને દૂભાગ્યો. એટલે ∠कबइ = ∠डबइ = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો. ∴ ∠अबड, ∠डबइ તથા ∠इबक એ ત્રણે સરખા ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૦ મું કૃત્ય—એક (अबक) કાટખૂણો ત્રિકોણના એક (अकब) સાંકડા ખૂણાથી બીજો (कअब) ખૂણો ત્રમણોછે તો તે (कअब) ખૂણાના ત્રિભાગ કરવાનું.

સાધન—अथी ∠अकब = ∠कअड રાખ (પે. ૨૩) ને બાકીના ∠बअड ને દૂભાગ. (પે. ૯) એટલે ત્રિભાગ થશે.

સિદ્ધતા.—∠बअक + ∠अकब = એક કાટખૂણો (પે. ૩૨) ∴ ∠अकब = $\frac{1}{4}$ કાટખૂણો. ∴ તેનાથી ∠बअक ત્રમણોછે. માટે ∠बअक = $\frac{3}{4}$ કાટખૂણોછે. તેમાંથી ∠क = ∠कअड = $\frac{1}{4}$ કાટખૂણો ગયો તો ∠बअड = $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો રહ્યો. તેને अइ થી દૂભાગ્યો. ∴ $\frac{1}{4}$ કાટખુણા = ∠बअइ = ∠इअड = ∠डअक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૧ મું પ્રમેય.—એક (अबक) ત્રિકોણમાં કોઈ પણ (ड) બિંદુથી ત્રણખૂણા સાધનારી (अड, बड તથા कड) લીટીઓનો સરવાળો ત્રિકોણની અર્ધ પરિમિતી કરતાં વધારે થશે.

अड+बड ते अबथी, अड+कड ते अकथी, અને बड +कड ते बकथी વ...રે (પે. ૨૦) છે તો ૨ अड+ ૨ बड+ ૨ कड ते △ની ત્રણ બાજુઓ અથવા પરિમિતી કરતાં વધારે. તો अड+बड+कड ते△ની અર્ધપરિમિતી કરતાંવધારે એસિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૨ મું પ્રમેય—એક (अब) પાયા ઉપરનો (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ અને બીજો(अबड) કયોપણત્રિકોણ બરોબર હોય તો સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણની પરિમિતી બીજા ત્રિકોણની પરિમિતી કરતા ઓછી થશે.

कड સાંધ. अक ને વધારીને बक=कइ રાખ(પે.૩) बइ તથા डइ સાંધ. તો अब ને સમાંતર कड છે. (પે.૩૯)∠कअब=∠इकड તથા ∠अबक =∠बकड (પે. ૨૯) અને ∠कअब=∠अबक (પે. ૫) છે.માટે ∠इकड=∠बकड; कइ=बक (આ. ૨૫.), कड સાધારણ છે તો बकड તથા कडइ△મા डइ=बड. (પે. ૪) તો બને આપેલા△માંअबપાયોસામાન્ય છે. ને अक+अब=अइ કરતા अड+डइ =अड+बड વધારે છે (પે. ૨૦) તો સમદ્વિ બાજુ△ની પરિમિતી કરતા તેની બરોબરના વિષમ બાજુ△ની પરિમિતી વધારે છેએ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૩મું પ્રમેય—કોઈ પણ (अबक)ત્રિ[illegible] ત્રણ ખૂણામાથી તેની સામેની બાજુ ઉપર એક (ड) [illegible]દુમાં થઈને જાય એવી (अडइ, बडफ અને कडग) ત્રણ લીટીઓ દોરી તો ત્રિકોણની પરિમિતી તે (ड)બિંદુથી ખૂણા સુધીની લીટીઓના સરવાળાથી વધારે થશે. અને તેઓની બમણાઈથી ઓછી થશે. પણ ખૂણાથી બાજૂઓપર જે લીટીઓ દોરાઈ છે

તેના બે તૃતિઆંશથી વધારે થશે.

(પહેલો પ્રકાર) अब+अकथी बड+कड नानी. अब+बकथी अड+कड નાની, અને अक+बकथी अड+बड નાની.(પે.૨૨) તો ૨ अब+२अक+२बकथी ૨ बड+२ अड+२कड નાની. તો तअब+अक+बकथी बड+कड+अड નાની એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) अड+बडथी अब નાની, अड+कडथी अक નાની, कड+बडथी बक નાની. તો (પે. ૨૦) ૨ अड बड+२कड થી अब+अक+बक નાની એ સિદ્ધ.

(ત્રીજો પ્રકાર.) अब+अकथी बफ નાની, अग+अकथी कग નાની, अब+बइ થી अइ નાની, बक+कफथी बफ નાની, बक+बगथी कग નાની, अक+कइथी अइ નાની, તો ૨ अब+२अक+२ बक+(अग+बग)+(बइ+कइ)+ (कफ+अफ)થી ૨बफ+२कग+२ अइ નાની અથવા ૩ अब+३बक+३अकथी ૨बफ+२कग+२अइ નાની તો अब+अक+बक थी $\frac{2}{3}$ (बफ+कग+अइ) નાની એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૪મું પ્રમેય—કોઇ પણ (अबक) ત્રિકોણમાં માથાના (अकब) ખૂણાથી પાયાના (ड) મધ્ય બિંદુસુધી દોરેલી (कड) લીટી (अड અથવા बड) અર્ધ પાયાની બરોબર નાની, અથવા મોટી હશે તો; તે માથાનો (क) ખૂણો અનુક્રમે કાટખુણો, પોહોળ ખુણો, અથવા સાંકડો ખૂણો થશે.

(૧) ધારો કે कड=अड=बड છે તો ∠डअक=∠अकड ને ∠डबक=∠बकड (પે. ૫) ∴ ∠अकब=अबक

+∠बअक તેા(પે. ૩૨ના અનુ.)∠अकब કાટખૂણેાછે. એ સિદ્ધ.

(૨) ધારેા કે अड અથવા बड કરતાં कड નાનીછે. તેા अकड તથા बकड△માં∠डअक તથા∠डबक કરતાં અનુક્રમે ∠अकड તથા ∠बकड મેાટા છે (પે. ૧૮) તેા ∠अकड+∠बकड =∠अकब તે ∠डअक+∠डबक કરતાં મેાટેા છે તેા∠अकब પહેાળેા ખૂણેાછે (પે. ૩૨) એ સિદ્ધ.

(૩) ધારેા કે अड અથવા बड કરતાં कड મેાટીછે તેા ઉપર પ્રમાણેજ∠डअक+∠डबकથી∠अकड+∠बकड = ∠अकब નાનેાછે(પે. ૧૮)માટે તે સાંકડેા ખૂણેાછે(પે. ૩૨)એ સિદ્ધ.

મનેાયત્ન ૪૫ મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકેાણમાં માથાના (अ) ખૂણાને દ્વિભાગનારી(अड)લીટી ઉપરના(बडइ)લંબને, બીજી (अक) બાજુને અથવા તે (अक)ના વધારાને (इ) બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર્યા તેા તેના સરખા ભાગ(बड =डइ) થશે.

अबइ△માં अड લીટી માથાના ∠अને દ્વિભાગનારીછે અને તે बइ પાયા ઉપર લંબછે તેા बड =बइ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનેાયત્ન ૪૬ મું પ્રમેય—કેાઇ(अबक)ત્રિકેાણમાં એક (बक) બાજુને (ड) સુધી વધારી અને એક(क)ખૂણાને દ્વિભાગનારી(कइ)લીટી. તેણે (अब) બાજુને (इ બિંદુએ) મળી ત્યાંથી (बक)ના સમાંતર દેારેલી લીટી. બીજી (अक) બાજુના (फ) બિંદુએ અને બહારના (अकड) ખૂણાને દ્વિભાગનારી (कग) ને(ग)બિંદુએ મળે તેા તે બીજી બાજુને જે બિંદુએ

મળે છે તે (फ) બિંદુએ દૂભાગાશે. (इफ = फग થશે.)

बक તથા इग સમાંતર છે માટે (પે. ૨૯)∠कइफ = ∠बकइ = ∠फकइ અને ∠फगक = ∠डकग = फकग ∴ (પે. ૬) कफइ તથા कफग△માં અનુક્રમે फइ = फक અને फक = फग ∴ फइ = फग એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૭ મું પ્રમેય—એક (अबक)ત્રિકોણની બે (अब તથા अक) બાજુઓના (ड અને इ) દૂભાગ બિંદુને સાંધનારી (बइ તથા कड ને તેઓની બરોબર (इफ તથા डग) વધારીએતો તે (ग તથા फ) બિંદુને સાધનારી લીટી ત્રિકોણના (अ) શિરો બિંદુમાં થઈને જશે.

ग તથા अ અને अ તથા फ સાંધ્યાં તો अडग તથા बकड △માં बड = अड અને कड = गड તથા (પે. ૧૫) ∠अडग = ∠बडक છે તો (પે. ૪) ∠गअड = ∠कबअ અને તેજ પ્રમાણે ∠इअफ = ∠अकब છે અને ∴ ∠अबक + ∠बअक + ∠अकब = બે કાટખૂણા માટે ∠डअग + ∠बअक + ∠इअफ = બે કાટખૂણા માટે (પે.૧૪)अगफ લીટી અખંડ સીધી લીટી છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૪૮ મું પ્રમેય—એક (अबक)ત્રિકોણમાં એક (ब) ખૂણાને દૂભાગનારી લીટી ઉપર તે ત્રિકોણના (अ) શિરો બિંદુથી (अड) લંબ દોર્યો તો તે(ड)બિંદુથી बक પાયાને સમાંતર દોરેલી લીટી બીજી (अक) ને દૂભાગશે.

डफ દોરેલી સમાંતર લીટીને બંને તરફ વધાર અને कथी अब ને સમાતર कग દોરી (પે.૩૧) તેને તે ग બિંદુએ મળ-

તાં સુધી રાખી તો बइगक સમાંતર બાજુ ચોખુણુ છે.∵. बइ =कग (પે. ૩૪) હવે ∠इडब =∠डबक (પે.૨૯)અને∠ड बक =∠डबइ (ઉ. પ્ર.).∵. ∠इबड =∠इडब. અને∠अडब કાટખૂણો છે.∵.∠इबड+∠इअड =∠इडब +∠इडअ.∵.∠इअ ड =∠इडअ.∵. इअ =इड અને इड =इब(પે.૬).∵.इब =इअ અને इब =गक (ઉ.પ્ર.).∵. अइ =कग અને अफइ તથા क फग△માં∠अफइ =∠कफग (પે. ૧૫),∠अइफ =∠कग फ. (પે ૨૯) अइ =कग.∵. (પે.૨૬) अफ =कफ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૪૯મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણની ત્રણે બાજુના ત્રિભાગ કર્યા અને તે દરેક ખુણા પાસેના છેદન બિંદુઓને સાંધનારી લીટીઓને વધારવાથી તેઓના મળવાથી એક (डइफ) ત્રિકોણ થશે તે તેની સાથે એક રૂપ થશે.

बर તથા कग સાંધ, अबर△ =$\frac{1}{3}$अबक△ અને बरक △ =$\frac{2}{3}$अबक△.∵.अबर△ =$\frac{1}{3}$अबक△ =$\frac{1}{2}$बरक△(પે. ૩૮)તેજ પ્રમાણેअगक△ =$\frac{1}{3}$अबक△ =$\frac{1}{2}$बगक△.∵.बगक△ =बरक△ .∵.बक તથા इफ સમાંતર છે.(પે.૩૯)અને તેમજ अक તથા डइ અને अब તથા फड સમાંતર છે. અને इगह તથા अगर △માंगह =गअ, (ઉ. પ્ર.) ∠इगह =∠अगर, (પે. ૧૫)∠ग इह =∠गरअ (પે.૨૯).∵.इग =गर અને इह =अर (પે. ૨૬) એજ પ્રમાણે अगर, रकप, पनक, डनम તથા बहम△માં અનુક્રમે गर =रक, अग =पफ, रफ =कन, पफ =पन, पक = मन, पन =डन, डन =बह, डम =मह, बम =इग અને बह

= गह .˙. इग = गर = रफ = बम = मन = नक .˙. बक = इफ એ જ પ્રમાણે अक = डइ અને अब = फड .˙. (પે. ૮) એ ત્રિકોણ એક રૂપ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૦મું કૃત્ય—એક આપેલી (क) લીટીની બરોબર, બીજી (म)ની સાથે સમાંતર થાએ એવી, બે આપેલી (बअ તથા बड)ની વચ્ચમાં લીટી દોરવાનું.

સાધન—આપેલી બે बअ તથા बडને વધારવાથી ધાર કે તે ब બિંદુએ મળશે હવે તે ब બિંદુથી मની સાથે बइ (પે. ૩૧) સમાંતર દોર. क = बइ રાખ (પે. ૩) અને इથી अबની સાથે इन સમાંતર દોર તે बडને न બિંદુએ મળે ત્યાંથી बइને સમાંતર नफ દોર. તો ते कની બરોબર અને म સાથે સમાંતર થશે.

સિદ્ધતા—बइफन (આ. રચના પ્ર,) સમાંતર બાજુ આકૃતિ છે માટે बइ = फन = क (પે. ૩૪) અને मની સાથે बइ સમાંતર કરેલી છે માટે मની સાથે फन સમાંતર (પે. ૩૦) અને कની બરોબર છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૧મું પ્રમેય—કોઈ પણ (अबक) ત્રિકોણના માથાના (अ) ખુણાથી એક (अफ) પાયાને દૂભાગે, બીજી (अड) પાયા ઉપર લંબ અને ત્રીજી (अइ) તે ખૂણાને દૂભાગે તો તે માથાના ખૂણાને દુભાગનારી (अइ) લીટી બીજી બેની વચ્ચે આવશે.

ધારકે, ∠अने દુભાગનારી अइ વચ્ચે નહી આવતાં अनની

માફક બહાર પડેછે. તો अक = कम વધારીને ગ બ (પે. ૩) मक સાધ. ∠अडफ કરતાં ∠अफक મોટો છે. (પે. ૧૬) અને ∠अडफ કાટખુણોછે માટે ∠अकन પોહોળખુણો ∴ ∠अफब કરતાં ∠अकन મોટોછે અને अफब તથા अफक △માં अफ સાધારણ बफ = फक અને ∠अफब કરતાં ∠अफक મોટો ∴ (પે. ૨૪) अब કરતાં अक મોટી. અને अफब તથા फकम △માં ∠अफब = ∠कफम (પે. ૧૫) अफ = फम (આકૃ. રચ.) અને बफ = फक ∴ अब = कम અને ∠बअफ = ∠फमक (પે. ૪) અને अन લીટી ∠बअक ને દુભાગેછે ∴ ∠बअफ કરતાં ∠फअक મોટો છે ∴ ∠अमक કરતાં मअक મોટો ∴ अक કરતાં कम મોટી. (પે. ૧૯) અને कम = अब (૩. પ્ર.) ∴ अक કરતાં अब મોટી પણ अब કરતાં अक મોટીછે. (૩. પ્ર.) માટે એ અશક્ય ∴ તે ∠बअकને દુભાગનારી अन બહાર નહીપડે.

વળી ∠अडफ કાટખુણોછે ∴ ∠अडफ કરતાં ∠अफड અને ∠अइड નાનાછે (પે. ૩૨) ∴ अफ કરતાં अइ, અને अइ કરતાં अड નાહાનીછે (પે. ૧૯) ∴ अइ માથાના ખુણાને દુભાગે છે તે अड અને अफની વચેજ આવશે. એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૨ મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણના પાયામાં એક (ड) બિંદુ એવું શોધી કહાડવું કે ત્યાંથી તે ત્રિકોણની (अब તથા अक) બાજુઓને સમાંતર દોરેલી (डइ તથા डफ) લીટીઓ બરોબર થાય.

સાધન—अबक △ના (પે. ૯) ∠अ ને દુભાગનારી अड

લીટી પાયાને ड બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર એટલે તે શોધવાનું બિંદુ થશે. डथी अक તથા अब ને અનુક્રમે डइ તથા डफ સમાંતર દોર. (પે. ૩૧)

સિદ્ધતા.—अडइ તથા अफड △માં ∠इअड = ∠डअफ (ઉપ. પ્ર.) અને ∠डअफ = ∠अडइ અને ∠इअड = ∠अडफ (પે. ૨૯) માટે ∠अडइ = ∠अडफ, ∠इअड = ∠डअफ અને अड બાજુ બેઉ ત્રિકોણમાં સાધારણ, તો डइ = डफ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૩મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણના પાયામાં એક (ड) બિંદુ એવું શોધી કહાડ કે ત્યાંથી ત્રિકોણની બે બાજુ ઉપર (૧) લંબ; અને (૨) સમાંતર લીટીઓ દોરીએ; તે ઓનો સરવાળો એક આપેલી (स) લીટીની બરોબર થાય.

(૧) સાધન—अबक△ની अक બાજુ ઉપર अ બિંદુથી अफ લંબ કર (પે. ૧૧) અને स = अफ રાખ (પે. ૩) फथी अकને સમાંતર फइन દોર તે अब ને इ અને बक ને न આગળ મળશે. (પે. ૩૧) इथी अक ઉપર इग લંબકર (પે. ૧૨) अक ને વધાર અને अइ = अम રાખ, (પે. ૩) इम સાંધ. તે बक ને ड આગળ છેદશે; એટલે તે શોધી કહાડવાનું બિંદુ થશે. डथी अब અને अक ઉપર डप અને डह લંબ કર (પે. ૧૨)

સિદ્ધતા—स = अफ = इग (આ. ૨૫.) અને इग તથા डह, अक ઉપર લંબ છે. માટે તેઓ સમાંતર છે. ∴ ∠गइम = ∠हडम (પે. ૨૯) અને इपड તથા डहम△માં ∠इपड = ∠डहम કાટખૂણા છે. ∠पइड = ∠डमह (પે. ૫). ∴ ∠इडप = ∠

मडह (પે. ૩૨). ∴ डप + डह = इग = स (મ. ૨૭) એ સિદ્ધ.

(૨) સાધન—આપેલી स = अइ રાખ (પે. ૩) अक ને વધા
ર અને अइ = अफ રાખ (પે. ૩) તે बक ને ड બિંદુએ છેદશે
એટલે તે શોધી કહાડવાનું બિંદુ થશે. ड થી अक અને अब
સાથે डग અને डह સમાંતર દોર. (પે. ૩૧).

સિદ્ધતા—∠अइफ = ∠अफइ (પે. ૫) અને ∠अफइ = ∠ग
डइ (પે. ૨૯) ∴ ∠गइड = ∠गडइ ∴ गइ = गड (પે. ૬)
અને गह સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે માટે अग = डह (પે. ૩૪)
∴ गड + डह = इग + गअ = अइ = स આપેલી લીટી છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૪ મું મેય—પેહેલી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં આ
પેલા (अब) લીટીને છેક તરફ વધારવાથી ગોળને જે (प)
બિંદુએ મળે તે અને ગોળનાં બે (क તથા ड) છેદન બિંદુ
સમબાજુ ત્રિકોણનાં ખૂણ બિંદુ થશે.

कप, पड, कड, अड, डब સાંધ. बकप તથા बडप △માં बक =
बड, (વ્યા. ૧૫) बप સાધારણ અને ∠कबप = ∠डबप (સમબાજુ
△ના ખૂણ થશે) ∴ पक = पड (પે. ૪) અને अड = अप = अक
(વ્યા. ૧૫) માટે ∠अकप = ∠अपक (પે. ૫) અને ∠कअब =
∠अकप + ∠अपक (પે. ૩૨) ∴ ½ ∠कअब = ∠अपक = ∠अकप
તો अपक તથા अपड △ (પે. ૮) એક રૂપ. માટે ∠अपक = ∠अ
पड માટે ∠अपक + ∠अपड = ∠कपड = ∠कअब અને ½ ∠
कअब = ∠अकड તો ∠अकड + ∠अकप = ∠अकब ∴ ∠कपड =
∠पकड અને તેજ પ્રમાણે ∠कपड = ∠कडप થશે તો (પે. ૬)
पडक ત્રિકોણ સમબાજુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૫મું પ્રમેય — એક (अबक) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના પાયા તરફનો (ब તથા क) દરેક ખૂણો માથાના (अ) ખૂણાનો એક ચતુર્થાંસ છે. તો (बक) પાયાના (क) છેડા ઉપર (कड) દોરેલો લંબ તેની સામેની (अब) બાજુના વધારાને (ड બિંદુએ) મળવાથી જે (अकड) ત્રિકોણ થશે તે સમબાજુ થશે.

∠अबक + ∠अकब = ∠कअड (પે. ૩૨) અને ∠अबक + ∠अकब = ½∠बअक છે ∴ ½∠बअक = ∠कअड અને ∠बकड કાટખૂણો = ∠अकड + ∠अकब = ∠अबक + ∠अडक અને ∠अबक = ∠अकब ∴ ∠अकड = ∠अडक (પે. ૩૨) હવે ∠ड + ∠अकड = ∠बअक તથા ½∠बअक = ∠अकड = ∠अडक = ∠कअड તો (પે. ૬) कअड△ સમબાજુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૬મું પ્રમેય— પહેલી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં જો (अबक) ત્રિકોણની (कअ તથા कब) બરોબર બાજુઓને વધારવાથી તે બે ગોળને અનુક્રમે જે (फ અને ग) બિંદુએ મળે તે અને તે બે ગોળનું (म) છેદન બિંદુ એ ત્રણ એક સીધી લીટીમાં આવશે.

अम તથા मब સાંધ. अफ = अक = बक = बग = बम = अम (વ્યા ૧૫) ∴ अबक તથા अफम△માં अक = अफ, अब = अम અને ∠कअब = ∠फअम (સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા થશે ∴ ∠अफम = ∠अकब અને ∠अमफ = ∠अबक (પે. ૪) ∴ अमफ△ સમબાજુ થયો. એજ પ્રમાણે बगम△ સમબાજુ થશે. તો ∠अमफ + ∠अमब + ∠बमग = ∠अबक + ∠अकब + ∠बअक = ૨ કાટખૂણા (પે.૩૨) તો फमग એક અખંડ લીટી થશે.

(પે.૧૪) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૭મું પ્રમેય—એક(अबक) ત્રિકોણની બે બાજુ એાને (ब તથા कથી) વધારવાથી થએલા બહારના ખુણાને દૂભાગનારી (बड તથા कड) લીટીએા (ड બિંદુએ) મળવાથી થએલો (बडक) ખુણો અને માથાના (बअक) ખુણાનું અર્ધ મળીને એક કાટખુણા બરોબર છે.

∠अबक+∠बअक=∠बकम (પે. ૩૨). ∴ $\frac{1}{2}$∠अबक+$\frac{1}{2}$∠बअक=$\frac{1}{2}$∠बकम=∠बकड અને તેજ પ્રમાણે $\frac{1}{2}$∠अकब+$\frac{1}{2}$ ∠बअक=∠कबड એ બેઉનો સરવાળો કરવાથી $\frac{1}{2}$∠अकब+$\frac{1}{2}$∠अबक+∠बअक=∠बकड+∠कबड પણ $\frac{1}{2}$∠अबक+$\frac{1}{2}$∠अकब+$\frac{1}{2}$∠बअक=એક કાટખુણો છે. (પે. ૩૨) ∴ ∠कबड+∠बकड=૧ કાટખુણો+$\frac{1}{2}$∠बअक. ∴ ∠बडक=૧ કાટખુણો $\frac{1}{2}$∠बअक (પે. ૩૨) ∴ ∠बडक+$\frac{1}{2}$ ∠बअक =એક કાટખુણો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૮મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણના બાહારના ખુણાને દૂભાગનારી લીટીએા મળવાથી એક (डइफ) ત્રિકોણ થશે. તેજ પ્રમાણે તેના બહારના ખુણાને દૂભાગવાથી ત્રિકોણ થશે અને તેજ પ્રમાણે કરતાં છેલે એક સમબાજુ ત્રિકોણ થશે

∠ब,∠क,∠अ ને દૂભાગનારી લીટીએા ड, इ, અને फ બિંદુએ મળવાથી डफइ ત્રિકોણ થયો. અને તેજ પ્રમાણે કરવાથી આખરે સમબાજુ ત્રિકોણ થશે.

∠बडक+$\frac{1}{2}$∠बअक=૧ કાટખુણો (મ.૫૭) અને તેજ પ્રમાણે इफड+$\frac{1}{2}$ ∠अबक=૧ કાટખુણો. ∴ ∠बडक+$\frac{1}{2}$ ∠बअ

क=∠इफड+½∠अबक ∴∠बडक-∠इफड = ½ (∠अबक-∠बअक). ∴∠बडक-∠इफड કરતાં (∠अबक ∠अकब) વધારે અને એજ પ્રમાણે∠डफइ-∠इडफ કરતાં (∠बअक-∠अबक) વધારે અને એજ પ્રમાણે∠डइफ-∠इडफ કરતાં(∠बअक-∠बकअ) વધારે છે. આ ઉપરથી સ્પષ્ટ માલમ પડેછે કે ત્રિકોણના બહારના ખૂણા દુભાગવાથી જે એક ત્રિકોણ બને છે તેના ખૂણાઓની બાદબાકી મૂળ ત્રિકોણના ખૂણાઓની બાદબાકી કરતાં ઓછી થાયછે અને એજ પ્રમાણે દૂભાગીને ત્રિકોણ કરીશું તેઓના ખૂણાનું અંતર ઘણુંજ ઓછું થતું જશે અને તે એટલે સુધી કે છેલે તે અંતર શૂન્ય થશે કે જેથી તે ખૂણા બરોબર થશે. અને તેથી તે સમબાજુ ત્રિકોણ થશે (પે. ૪૦) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫૮મું પ્રમેય—એક (अबक) સમબાજુ ત્રિકોણની (अब, अक ને बक)ત્રણે બાજુઓમાંથી (अइ,बफ, कग) તેઓનો ત્રીજો ભાગ લઈને તે ભાગનાં (इ, फ, ग) બિંદુઓને (૧) એક બીજા સાથે, (૨) તેઓના સામેના ખૂણા સાથે સાંધ્યાં તો તેથી થએલા બે ત્રિકોણ સમબાજુ ત્રિકોણ થશે.

(૧લો) इफ, इग અને फग સાંધ.તો बफइ તથા कफग△માં बफ=कग, અને बइ = कफ બરોબર ભાગછે, અને ∠फबइ = ∠फकगछे તો फइ=फग (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે फइ = गइ થશે.∴फइ=फग =गइ માટે फइग△સમબાજુ એ સિદ્ધ

(૨જો) अफ, कइ અને बग સાંધ તો डहम△સમબાજુ

થશે.—बकग અને अबफ△માં अब = बक, बफ = कग તથા∠ अबफ = ∠बकग માટે ∠अफब = ∠बगक અને ∠बअफ = ∠क बग(પે. ૪) એજ પ્રમાણે अबफ તથા अइक△માં∠अफब = ∠अ इक અને ∠बअफ = ∠अकइ. अइह અને बफम△માં ∠इअ ह = ∠फबम અને∠अइह = ∠बफम (૭. ૫) માટે ∠अहइ = ∠ बमफ (પે. ૩૨) તેજ પ્રમાણે∠अहइ = ∠कडग માટે∠अहइ = ∠बमफ = ∠कडग અને ∠अहइ = ∠डहम અને ∠बमफ = ∠ डमह અને ∠कडग = ∠मडह (પે. ૧૫) માટે∠डहम = ∠डमह = ∠मडह (પે. ૧) માટે हमड△સમબાજુ છે (પે. ૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૦મું કૃત્ય—એક (अकब) કાટખૂણ ત્રિકોણનો (अब) પાયો આપ્યો છે અને (अ) કાટખૂણાથી સામેની बक કર્ણ ઉપરનો (अड) લંબ આપ્યો છે તે ઉપરથી તે કાટખૂણું ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—એક मन સીધી લીટી લે અને તેના ઉપર કોઈ ड બિંદુથી डअ લંબ દોર (પે. ૧૧) અને તે આપેલા લંબ જેટલો डअ રાખ (પે. ૩). अ બિંદુથી આપેલા अब પાયા જેટલે અંતર ગોળ કર તે मन લીટીને ब બિંદુએ છેદશે. अब ઉપર अ બિંદુથી अक લંબ કર (પે. ૧૧) તે मन ને क બિંદુએ મળશે. એટલે કરવાનો अबक કાટખૂણ ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—बक કર્ણ લીટી ઉપર આપેલા લંબ બરાબર अड લંબ દોરેલો છે, અને તે કાટખૂણ ત્રિકોણનો अब પાયો આપેલા પાયા બરાબર રાખેલો છે તો કરવાનો अबक△થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૧મું કૃત્ય—એક કાટખૂણ ત્રિકોણની એક બાજુ (म) અને કર્ણ તથા બાકી બે બાજુઓના સરવાળાનું અંતર (न) આપેલું છે તે ઉપરથી તે કાટખૂણ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—એક बइ લીટી લે, અને इ થી આપેલી म અને न = इक અને इड રાખ, क બિંદુથી बइ ઉપર इक = कअ લંબ કર, (પે. ૧૧. ૩) अ તથા ड સાંધ. અને अड ની સાથે ∠अडक = ∠डअब કર. (પે. ૨૩) એટલે કરવાનો अबक△ થશે.

સિદ્ધતા—कइ = अक = म. (આ. ૨૫.). માટે बइ = बक + अक છે અને ∠अडब = ∠डअब (આ. ૨૫.) માટે बअ = बड છે (પે. ૬) તો बइ—बड = डइ = न એ આપેલું અંતર છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૨ મું પ્રમેય—(૧) એક સમદ્વિ બાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણની એક બાજુ અને કર્ણ એઓનો (म) સરવાળો; (૨) તેઓનું અંતર (न) આપેલું છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ બનાવાનું.

સાધન—(૧ આપેલી म = बड લે, અને बथी बड સાથે કાટખૂણાના અર્ધ જેટલો ખૂણો કરનારી बक દોર, અને डथी કાટખૂણાના ¼ જેટલો ખૂણો કરનારી कड દોર, (પે. ૨૩) આ બે લીટીઓ क આગળ મળશે. कथी कड સાથે ∠बडक = ∠डकअ કરનારી कअ દોર (પે. ૨૩) તે बड ને अ આગળ મળશે એટલે કરવાનો अबक △ થશે.

સિદ્ધતા—∠अबक = ½ કાટખૂણો છે. (આ. ૨૫.) ∠बअक = ∠अकड + ∠अडक (પે. ૩૨) = ½ કાટખૂણો કારણ કે તે દરેક ¼ કાટખૂણો છે તો ∠अबक = ∠बअक. ∴ बक = अक (પે. ૬)

અને ∠अबक+∠बअक= એક કાટખૂણો, તો अबक△નો બાકી રહેલો ∠अकब કાટખૂણો છે. (પે, ૩૨) અને ∠अडक=∠अकड છે માટે अक=अड છે (પે. ૬) તો बड આપેલા સરવાળા=अब+अक,બાજુછે તો अबक કરવાનો સમદ્વિ બાજુ કાટખૂણો△થયો એ સિદ્ધ.

સાધન—(૨) એક बइમાંથી આપેલા न=बड રાખ. बथी बड સાથે $\frac{1}{2}$કાટખૂણા=∠डबक કર (પે, ૨૩) डथी बड ના વધારા સાથે $\frac{3}{4}$કાટખૂણાજે∠इडक કર. बक તથા डक, क આગળ મળે ત્યાંથી बक ઉપર कअ લંબ દોર (પે. ૧૧) તે बइ ને क આગળ મળશે. એટલે દોરવાના अबक △થશે.

સિદ્ધતા—अबक△માં∠अकब કાટખૂણોછે અને ∠अबक $\frac{1}{2}$ કાટખૂણોછે ∴ ∠बअक $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો (પે. ૩૨) ∴ ∠अबक=∠कअब ∴ बक=अक (પે. ૬) અને∠अडक =$\frac{3}{4}$ કાટખૂણો રાખેલો છે અને ∠कअड=$\frac{1}{2}$કાટખૂણો છે તો બાકીનો ∠अकड=$\frac{3}{4}$ કાટખૂણો છે (પે. ૩૨) ∴∠ अडक=∠अकड ∴ अक=अड (પે. ૬) તો કરણ अब–अक બાજુ= बड અંતર થયું. માટે अबक△ થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૩ મું કૃત્ય—એક (अडइ) કાટખૂણ ત્રિકોણની બે બાજુઓનું અંતર म અને કરણ न આપેલાછે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ બનાવવાનું.

સાધન—કોઈપણ अफ લીટીના अ બિંદુથી આપેલી म=अब રાખ (પે. ૩) અને न=अक રાખ, बथी बक સાથે $\frac{1}{2}$ કા

ટખૂણા = ∠कबड કરે એવી એક बड લીટી દોર (પે. ૨૩) અને अ મધ્યબિંદુ ધારીને अक ત્રિજ્યા એ ગોળ કર તે बड ને ड બિંદુએ છેદશે. अ તથા ड સાંધ અને डથી अक ઉપર डइ લંબદોર (પે. ૧૨) તો अडइ કરવાનો △ થશે.

સિદ્ધતા.—अडइ ત્રિકોણની अड કર્ણ લીટી = अक = न છે. અને बडइ કાટખૂણા△માં ∠इ કાટખૂણો અને ∠डबइ = ½ કાટખૂણો છે માટે ∠बडइ = ½ કાટખૂણો; માટે बइ = डइ (પે.૬) ∴ अइ-डइ = अब = म એ આપેલા અંતર બરાબર છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૪મું કૃત્ય—કોઇપણ(अबक)સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણનો (बक) પાયો તેની એક બાજુ તથા માથાના ખૂણાથી પાયાપર દોરેલો લંબ (૧) એઓનો સરવાળો (म) તથા (૨) બાદબાકી (न) આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા बक પાયને ड બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦) અને તે ઉપર डइ લંબદોર (પે. ૧૧) અને તેમાંથી म = डइ ગાપ (પે. ૩). इ તથા ब સાંધ. बइ સાથે बथी ∠बइड = ∠इबअ કરે એવી बअ દોર (પે. ૨૩) તે डइ ને अ બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી સુધાર. अ તથા क સાંધતો કરવાનો अबक△ થશે.

સિદ્ધતા.—∠अबइ = ∠अइब છે. (આ ૨૫.) ∴ अब = अइ અને अबड તથા अकड△માં अड સાધારણ बड = कड અને ड આગળ કાટખૂણા છે. ∴ अब = अक (પે. ૪). ∴ अबक△ સમદ્વિ બાજુછે જેની એક બાજુ अब+अड = डइ = म એ સિદ્ધ.

૨(પ્રકાર.)—સાધન આપેલા बक પાયાને ड બિંદુએ દૂભાગ(પે.

૧૦) અને તેની નીચેની બાજુએ डइ લંબ કર (પે. ૧૧) એ માંથી આપેલી न = डइ રાખ (પે.૩). इ તથા व સાંધ, અને वइ સાથે ∠वइड = ∠इवअ કર એવી वअ દોર(પે. ૨૩)તે व ड લંબના વધારાના अ બિંદુએ મળશે. अ તથા क સાંધ તો કરવાનો अवक△ થશે.

સિદ્ધતા—अवक△ ઉપર મુજબ સમદ્વિ બાજુ છે. અને ∠अइव = ∠अवइ (આ.૨૫) ∴ अव = अइ (પે. ૬) ∴ अव = अइ— अड લંબ = डइ = न આપેલું અંતર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૫મું કૃત્ય—એક આપેલી(न)ઉંચાઈ બરોબર જેની ઉંચાઇ થાય એવો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવવો કે, જેની બે બાજુઓ કોઇ આપેલા (ड તથા इ) બિંદુમા થઈને જાય, અને તેનો પાયો આપેલા(म)પાયા બરોબર થાય.

સાધન—આપેલાં બે બિંદુઓ डइ લીટીએ સાંધ, અને આપેલા म પાયા ઉપર न ઉંચાઈએ સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ કરતાં તેનો પાયા આગળનો જેટલો ખૂણો થાય તેટલો ખૂણો રાખીને डअ તથા इअ લીટીઓ કર (પે. ૨૩) એ લીટીઓ अ બિંદુએ મળે ત્યાંથી डइ પાયા ઉપર अक લંબ દોર (પે. ૧૨)अकना अ બિંદુથી न = अग રાખ, (પે. ૩) गथी डइने સમાંતર वगक દોર (પે. ૩૧). એટલે કરવાનો अवक ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—डइ તથા वक સમાંતર છે માટે ∠इ = ∠क અને ∠ड = ∠व (પે.૨૯) કે જેઓ म પાયા ઉપરના न ઉંચાઇના સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના ખૂણાની બરોબર છે અને વળી अवग△

$c = \frac{1}{2}$ કરવાનો ત્રિકોણ થશે (પે. ૨૬) તેથી કરવાનો अबक ત્રિકોણ થયો કે જેની अग ઉંચાઈ = न છે અને म = बक પાયો છે, તથા તેની अब અને अक બાજુઓ આપેલા બે ड તથા इ બિંદુમાં થઈને જાયછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૬ મું કૃત્ય—એક (अबक) સમબાજુ ત્રિકોણના એક ખૂણાથી તેની સામેની બાજુ ઉપર દોરેલો લંબ (म) આપેલો છે તે ઉપર તે સમબાજુ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—કોઈપણ फइ લીટીમાં ड બિંદુથી डक લંબદોર (પે. ૧૧) અને म = डक રાખ (પે. ૩). क બિંદુથી कड સાથે કાટખૂણાના ત્રિજા ભાગ જેટલો ખૂણો કરે એવી कअ તેમજ कब દોર (પે. ૨૩) એટલે अबक કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—∠डअक + ∠अकड = ∠अडक કાટખૂણો છે અને ∠अकड = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો છે તો બાકીનો ∠डअक = $\frac{2}{3}$ કાટખૂણો રહ્યો. અને એજ પ્રમાણે ∠अबक = $\frac{2}{3}$ કાટખૂણો. ને ∠अकड + ∠बकड = ∠अकब = $\frac{2}{3}$ કાટખૂણો છે, (આ. ૨.) માટે अबक △માં ત્રણે ખૂણા બરોબર તેથી તે સમબાજુ ત્રિકોણ છે (પે. ૬) કે જેમાં कड = म આપેલો લંબ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૭ મું કૃત્ય—એક (अबक) સમબાજુ ત્રિકોણના એ ખૂણાને દૂભાગનારી લીટી (म = न) આપેલી છે તે ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુ કહાડવાનું.

કોઈપણ સમબાજુ ત્રિકોણનો દરેક ખૂણો $\frac{2}{3}$ કાટખૂણો છે. માટે તેને દૂભાગનારી લીટીઓથી પાયા સાથેના દરેક ખૂણા = $\frac{1}{3}$

કાટખૂણો થશે. તેથી તેઓ બરોબર થશે માટે તે બે લીટીઓ મ ળવાથી થયેલો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ થશે અને તેઓના મળ વાથી જે ખૂણો થશે તે ૧⅓ કાટખૂણો થશે (પે. ૬૨)

સાધન—કોઈપણ बइ લીટીના ब છેડાથી ⅔ કાટખૂણો કરે એવી ब ड દોર (પે. ૨૩) અને તેમાંથી म = बड રાખ(પે.૩) ड થી ब ड સાથે ૧⅓ કાટખૂણા = ∠ब ड क કરે એવી લીટી દોર. તે बइ ને क આગળ મળશે. એટલે बक સમબાજુ ત્રિ કોણની બાજુ થશે.

સિદ્ધતા—∠कबड = ⅓ કાટખૂણો અને ∠बडक = ૧⅓ કાટ ખૂણો માટે ∠बकड = ⅓ કાટખૂણો (પે. ૩૨) ∴ ∠कबड = ∠ बकड ∴ बड = कड = म = न (પે. ૬) અને એ बक ઉપર (પે. ૧) સમબાજુ ત્રિકોણ કરવાથી बड તથા कड લીટીઓ ∠अबक અને ∠अकबને દુભાગશે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૮મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણની (अब તથા अक) બે બાજુઓ અને એક ખૂણો આપેલો છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

(પેહેલી રીતે) **સાધન**—આપેલો ખૂણો આપેલી બે લીટીઓ ની વચ્ચે હશે તો अबની સાથે अથી આપેલા ખૂણા જેટલો ખૂ ણો કરે એવી રીતે अक દર (પે.૨૩) ब તથા क સાંધ, એ ટલે કરવાનો ત્રિકોણ થયો.

સિદ્ધતા—પ્રત્યક્ષ છે—

(બીજી રીતે)સાધન—જો આપેલો ખૂણો આપેલી કોઇ अ

क બાજુની સામે છે તો अब ના ब છેડાથી તેટલો ખૂણો કરનારી કોઇ बड કર, (પે. ૨૩) અને अ થી બીજી આપેલી अक લીટી જેટલે અંતર ગોળ કર, તે ब ड ને क આગળ મળશે એટલે अकब કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—अब તથા अक આપેલી બાજુઓની બરાબરછે કે જેમાં अक ની સામે આપેલો अबक ખુણો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬૯ મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણનો (बक) પાયો. બે બાજુઓની બાદબાકી (म) તથા પાયા આગળના બે ખૂણાની (क्ष) બાદબાકી આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા बक પાયાના ब છેડાથી $\frac{1}{2}\angle$क्ष $= \angle$कबड કર. क થી म = कइ રાખ (પે. ૨) અને कइ ત્રોજ્યાએ ગોળ કર. તે बड ને ड બિંદુએ મળશે. कड સાંધ. અને તેને વધાર. बड સાથે ब થી (પે.૨૩) $\angle$बडअ $= \angle$डबअ કરનારી बअ લીટી डअ ને अ બિંદુએ મળશે. એટલે કરવાનો अबक ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—अबड $\triangle$ માં $\angle$ अबड $= \angle$अडब માટે अब = अड (પે.૬) માટે अक-अब (= अड) = कड = कइ = म એ બે બાજુઓની બાદબાકી છે ને $\angle$कबड $+ \angle$बकड $= \angle$बडअ $= \angle$अबड (પે.૩૨). $\angle$अबड $- \angle$बकड $= \angle$कबड માટે $\angle$अबक $- \angle$बकड $= 2\angle$कबड $= \angle$क्ष એ આપેલો ખૂણો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૦ મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણની (मन) પ

રિમિતી અને પાયા તરફના બે (क्ष તથા य) ખૂણા આપેલા છે તે ઉપરથી ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલી मन લીટીના છેડાથી અનુક્રમ ∠क्ष તથા ∠य =∠समन તથા ∠सनम (પે. ૨૩) કર. અને તેઓને म क તથા नक અનુક્રમ (પે. ૯) દુભાગનારી લીટીઓ क આગળ મળે ત્યાંથી मस તથા नस ને અનુક્રમે कअ તથા कब સમાંતર દોર (પે. ૩૧) એટલે કરવાનો अबक ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—∠समक =∠मकअ (પે. ૨૯) અને ∠समक = ∠कमअ છે. ∴ ∠मकअ =∠कमअ અને તેજ પ્રમાણે ∠नकब =∠बनक. ∴ अम =अक અને बन =बक માટે अक+ बक +अब =मन એ △ની આપેલી પરિમિત છે અને ∠समन = ∠कअब = ∠क्ष તથા ∠सनम =∠कबअ =∠य (પે. ૨૯) એ આપેલા ખૂણા છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૧મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણનો बक પાયો અને પાયા તરફના (ब તથા क) ખૂણાના સરવાળાનું અર્ધ (क्ष) તથા તેઓની બાદબાકીનું અર્ધ (य) આપેલું છે, તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—સરવાળાનું અર્ધ+બાદબાકીનું અર્ધ = મોટું પરિમિત અને સરવાળાનું અર્ધ—બાદબાકીનું અર્ધ = નાનું પરિમિત. માટે बक પાયાના એક છેડા આગળ તેની સાથે ∠क्ष તથા∠य ના સરવાળા જેટલો ખૂણો કરે એવી રીતે बअ લીટી કર. અને બીજા છેડા આગળ ∠क्ष તથા∠य ની બાદબાકી જેટલો

ખૂણા કરે એવી રીતે कम કર (પે. ૨૩). તો તેઓ બંને अ બિંદુએ મળશે એટલે કરવાનો अबक ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—ઉપર પ્રમાણે ब તથા क ખૂણા આપેલા ખૂણા બરોબર बक પાયા સાથે છે માટે કરવાનો अबक $\triangle$ થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૨મું કૃત્ય—સમાંતર નહી એવી બે (कम) તથા (इन) લીટીઓ અને તેઓની વચે એક (ब) બિંદુ આપેલું છે. તે બે લીટીઓની વચે એવો એક (बकड) ત્રિકોણ કરવો કે જેનું એક ખુણ બિંદુ આપેલા બિંદુએ થાય. અને બીજાં બે (क તથા ड) આપેલી લીટીઓમાં એવી રીતે થાય કે આપેલા લીટીઓને આપેલાં બિંદુથી જે લીટીઓ (डक તથા बइ) મળે તેઓ બરોબર ખૂણા કરે.

સાધન—આપેલી कम તથા इन ને વધાર કે તેઓ अ બિંદુએ મળે. बथी अन તથા अम સાથે અનુક્રમે बक તથા बड સમાંતર દોર (પે. ૩૧) કે તેઓ अम તથા अन ને क તથા ड બિંદુએ મળે. कड સાંધ એટલે કરવાનો बकड $\triangle$ થશે.

સિદ્ધતા—अकबड સમાંતર બાજુ ચોખૂણના $\angle$अकब $= \angle$ अडब (પે. ૩૪) કે જે बडक $\triangle$ની बक તથા बड બાજુઓ આપેલી લીટીઓમાં અને તેની સાથે બરોબર ખૂણા કરે છે. તથા તેનો $\angle$ब આપેલા ब બિંદુએ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૩મું કૃત્ય—કોઈ પણ (अबक) ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓનાં દૂભાગ બિંદુથી તેઓની સામેના ખૂણા સુધીની (क्ष, य, ज्ञ) લીટીઓ આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલી क्ष, य, ज्ञના $\frac{૧}{૩}$ = અનુક્રમે अड, अइ, અને डइ લીટીઓ લે અને તેનો (પે.૨૨) अडइ△ કર. ड તથા इथी अइ તથા अडने સમાંતર डब તથા इब લીટીઓ દોર (પે.૩૧). તે ब બિંદુએ મળશે अब સાંધ. डइ = इक વધારીને રાખ (પે.૩). कअ તથા कब સાંધ. એટલે કરવાનો अबक ત્રિકોણ થશે.

अइ તથા बइने વધાર કે તેઓ बक તથા अकને फ તથા ह બિંદુએ મળે. अइबड સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે. માટે अड = बइ (પે.૩૪) અને अन = नब તથા डन = नइ ∴ नइ = $\frac{૧}{૨}$डइ = $\frac{૧}{૨}$कइ = $\frac{૧}{૩}$ज्ञ ∴ कन = ज्ञ. △अइन = △बइन (પે. ૩૮) અને △अइन = $\frac{૧}{૨}$△अकइ; △बइन = $\frac{૧}{૨}$△बकइ તથા △अइन = $\frac{૧}{૨}$ △ अबइ ∴ △ अबइ = △ बकइ = △ अकइ. △ = $\frac{૧}{૩}$△ अबक અને જો $\frac{૧}{૨}$ अइ = इफ નથી તો તે વધાર અને $\frac{૧}{૨}$ अइ = इग કર गब અને गक સાંધ. તો $\frac{૧}{૨}$△ अबइ = △इगब = $\frac{૧}{૬}$△अबक. એજ પ્રમાણે $\frac{૧}{૨}$ △ अइक = △ इगक = $\frac{૧}{૬}$△अबक ∴△इगब+△इगक = कइबग = $\frac{૧}{૩}$△अबक ∴ कइबग = △कइब પણ એ આખું એના ભાગની બરોબર થાય છે એ શક્યછે. અને એજ પ્રમાણે ग બિંદુ, बकની માંહે અથવા બહાર પડશે તો અશક્ય પરિણામ થશે. માટે $\frac{૧}{૨}$ अइ = इफ છે, અને તેજ રીતે $\frac{૧}{૨}$बइ = इह થશે ∴ अइ = $\frac{૨}{૩}$ य છે તો अफ = य અને તેજ રીતે बह = क्ष છે હવે $\frac{૧}{૨}$ अइ = इफ ∴△इबक = $\frac{૧}{૬}$△अबक અને △इकफ = $\frac{૧}{૬}$ △ अबक ∴△

इवफ = △इकफ ∴ वक = फक એજ પ્રમાણે अह = हक તે માટે अवक કરવાનો ત્રિકોણ થયો. કારણ કે આપેલી क्ष, य અને त્ર લીટીઓ તેની બાજુઓને દૂભાગે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૪ મું કૃત્ય—એક (अवक) ત્રિકોણનો (वक) પાયો, બીજી બે બાજુઓનો સરવાળો (वड), અને પાયા તરફનો એક (अवक) ખૂણો આપ્યો છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા वकપાયાના એક व છેડા આગળ આપેલા∠अवक = ખૂણો કરે એવી वड લીટી કર (પે ૨૩), અને તેમાંથી આપેલા સરવાળા જેટલી वड રાખ (પે.૩) ड તથા क સાંધ. અને कड સાથે ∠वडक = ∠डकअ કર (પે.૨૩). તે वड ને अ બિંદુએ મળે ત્યાં સુધી વધાર, એટલે કરવાનો अवक△ થયો.

સિદ્ધતા—∠अडक = ∠अकड છે.∴ अक = अड (પે. ૬). वअ + अक = वड આપેલો સરવાળો છે. અને આપેલા वक પાયા સાથે આપેલો व ખૂણો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭૫ મું કૃત્ય—એક (अवक) ત્રિકોણનો (वक) પાયો અને, અને બીજી બે બાજુઓની (म) બાદબાકી તથા પાયા આગળનો કોઈપણ એક (क्ष) ખૂણો આપેલો છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—પહેલું ધાર કે∠क्ष બીજા કરતાં નાનો છે, તો આપેલા वक પાયાના क છેડા આગળ તેની સાથે ∠क्ष = ∠वकड કર (પે. ૨૩). અને म = कड રાખ (પે.૩). व તથા ड સાંધ

અને कड વધારીને बड સાથે ब આગળ∠बडअ=∠डबअ કર (પે. ૨૩). તો डअ તથા बअ એ બે અ બિંદુએ મળશે એટલે કરવાનો अबक△ થશે.

સિદ્ધતા—∠अडब=∠अबड. ∴ अब=अड (પે. ૬). ∴ अक-अब=कड=म એ આપેલું અંતર છે અને बक આપેલા પાયા સાથે∠क=∠क्ष, આપેલો ખૂણો છે એ સિદ્ધ.

(૨) ધારો કે∠क्ष બીજા કરતાં મોટો છે.

સાધન—बक પાયાના क છેડા સાથે∠क्ष=∠बकअ કર (પે. ૨૩) અને अक ને નીચે ड સુધી म=कड વધાર (પે. ૩). અને ब તથા ड સાંધ. बड સાથે∠कडब=∠डबअ કર (પે. ૨૩). તે बअ લીટી डअ ને મળશે એટલે કરવાનો△अबक થશે

સિદ્ધતા—ઉપર મુજબ વિચાર કરવાથી સ્પષ્ટ માલમ પડશે.

મનોયત્ન ૭૬ મું કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણનો (बक) પાયો તેની સામેનો (क्ष) ખૂણો, અને બીજી બે બાજુઓની બાદબાકી (कड) આપેલી છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા कड અંતરના ड તરફના વધારા સાથે આપેલા∠क्षના ન્યૂનતાપૂરક ખૂણાના અર્ધ જેટલો ખૂણો કરનારી बड દોર (પે. ૨૩) અને क મધ્ય બિંદુ માનીને આપેલા बक પાયા જેટલા અંતરે ગોળ કર તે डब ને ब બિંદુએ મળશે. બથી∠अडब=∠डबअ કર. તો કરવાનો अबक△ થશે.

સિદ્ધતા—∠अबड=∠अडब છે ∴ अब=अड (પે. ૬) ∴ क—अब=कड અંતર છે. અને ∠बडअ+∠अबडના ન્યૂન…

૫૨૬ = ∠बअड = ∠क्ष(પે.૩૨) માટે કરવાનો अबकΔ થયો એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૭૭ મું કૃત્ય—એક(अबक) ત્રિકોણની બે બાજુઓનો (स) સરવાળો તથા (बक) પાયો આપ્યો છે તે ઉપરથી તે ત્રિકોણ બનાવવો કે તેના માથાના(अ)ખૂણાને દુભાગનારી લીટી એક બાજુ(कन) આપેલી લીટીને સમાંતર થાય.

સાધન—આપેલી कनના क છેડાથી આપેલા પાયા = कब કર. અને ब મધ્ય બિંદુ ધારીને स અંતરે ગોળ કર તે कनને म બિંદુએ છેદશે. कड સાથે क બિંદુથી ∠बमक = ∠मक अ કર (પે. ૨૩). તે बमને अ બિંદુએ મળશે. ∠बअक ને દુભાગનારી अड કર (પે.૯) તે कनને સમાંતર થશે.

સિધ્ધતા—∠अकम = ∠अमक ∴ अम = अक (પે.૬) ∴ अब + अक = बम = स છે અને ∠अमक + ∠अकम = ∠बअक (પે.૩૨) ∴ ½∠कअब = ∠अकम = ∠डअक ∴ अड તથા अन સમાંતર છે. (પે.૨૭). તો કરવાનો अबकΔ થયો એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૭૮ મું કૃત્ય—એક આપેલી (अब) લીટીની બહાર આપેલા (क) બિંદુથી એક એવી લીટી દોરવી કે તે આપેલી લીટી સાથે આપેલા (ड) ખૂણા બરોબર ખૂણો કરે.

સાધન—આપેલા क બિંદુથી अबની સાથે कम સમાંતર કર (પે.૩૧). कथी कम સાથે ∠ड = ∠मकइ કર (પે. ૨૩) તો कइ કરવાની લીટી થશે.

સિધ્ધતા—∠बइक = ∠कइम (પે.૨૯) = ∠ड ∴ कइ લીટીથી આપેલા ∠ड = ∠कइब થયો એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૭૯મું કૃત્ય—એક આપેલા(अ)બિંદુથી આપેલી બે (मन તથા सर) સમાંતર લીટીઓને બે(व તથા क) બિંદુએ મળે એવી લીટી દોરવી, કે તે(वक)આપેલા(क्ष) લીટીની બરોબર થાય.

સાધન मथा क्ष=मइ લે (પે. ૩). मथा मइ અંતરે ગોળ કર તે सर ને ग આગળ છેદશે. मग સાંધ. अथा मग સાથે अवक સમાંતર કર (પે.૩૧), કે તે मन તથા सर ને व તથા क બિંદુએ છેદશે તો क्ष=वक થશે.

સિદ્ધતા—मन તથા सर અને मग તથા वक સમાંતર છે. ∴क्ष=मइ=मग=वक (પે.૩૪). ∴क्ष આપેલી લીટીની=वक છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૦ મું પ્રમેય.—બે (मन તથા सर) સમાંતર લીટીઓને સાંધનારી (वक) લીટીના (ड) દુભાગ બિંદુમાંથી જનારી બે સમાંતર લીટીઓની વચેની સઘળી (फइ) લીટીઓ તે બિંદુએ દુભાગાશે.

वकના ड દુભાગ બિંદુમાંથી જનારી फइ દુભાગાશે, वइड તથા कफड માં वड=डक (આ. ૨૫.), ∠डवइ=∠डकफ અને ∠डइव=∠डफक (પે.૨૯). ∴ फड=डइ (પે. ૨૬). ∴ फइ લીટી ड બિંદુએ દુભાગાય એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૧ મું કૃત્ય—એક (अ) બિંદુથી નીકળેલી ત્રણ (अव,अक તથા अड) લીટીઓને છેદે એવી (फग) લીટી દોર કે તેઓની વચેના (फइ તથા गइ) ભાગ બરોબર થાય.

સાધન—अकમાંથી કોઇ इ બિંદુ લે, अइ=इह કાપ (પે. ૩).हथी अवने સમાંતર हग દોર (પે.૩૧). गइ સાંધ. અને

તે अबनेफ આગળ મળે ત્યાં સુધી વધાર, એટલે કરવાની गफ થશે.

સિદ્ધતા—अफइ તથા गहइ △ માં ∠अइफ = ∠गइह. (પે. ૧૫). ∠फअइ = ∠इहग (પે. ૨૦.) અને अइ = इह (આ. ૨૫.) ∴ गइ = इफ (પે ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૨ મું પ્રમેય—બે (अब તથા अक) સીધી લીટીઓના એક (ब) બિંદુથી બીજી ઉપર (बड) લંબ કરીએ, તેના (ड) છેડાથી બીજી (अब) ઉપર (डइ) લંબ કરીએ; તેમજ (क) થી (अब) ઉપર (कग) લંબ કરીએ અને તેના (ग) છેડાથી (अक) ઉપર (गफ) લંબ કરીએ તો તે લીટીઓના છેડાથી જે લંબ દોર્યા છે, તેઓના છેડાથી દોરેલા લંબોના છેડાને સાંધનારી (इफ) આપેલી લીટીઓના છેડાને સાંધનારી (बक) લીટીને સમાંતર થશે.

डइ તથા बक વધાર કે તેઓ ह આગળ મળે. डग સાંધ, અને તેને न આગળ દુભાગ (પે. ૧૦) फन તથા इन સાંધ, इनने વધાર તે बडने म આગળ મળશે. नइ = नग = नड = नफ (મ. ૩૨). ∴ ∠नइग = ∠नगइ, ∠नइफ = ∠नफइ, ∠नइड = ∠नडइ (પે. ૫). વળી ∠नइफ + ∠नफइ = ∠फनम (પે. ૩૨). ∴ ∠फनम = ૨∠फइन, પણ ∠नइड + ∠नडइ = ∠डनम (પે. ૩૨). ∴ ∠डनम = ૨∠नइड ∴ ∠फनड = ૨∠फइड પણ ∠फनड = ∠नफग + ∠नगफ = ૨∠नगफ (પે. ૩૨) ∴ ૨∠फइड = ૨∠नगफ ∴ ∠फइड = ∠डगफ અને તેણેજ (बकના દુભાગ બિંદુથી ड તથા ग સાંધીને) વિચાર કરવાથી ∠गडब = ∠गबक થશે. અને ∠गडब = ∠डगफ (પે. ૨૯) અને ∠डगफ = ∠डइफ (ઉપ.

પ્ર.) ∴ डइफ = ∠गकज, પણ ∠गकज = ∠इहज (પે. ૨૯) डइफ = ∠इहज ∴ इफ ને जक સમાંતર (પે.૨૭) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૩ મું પ્રમેય—એક (अजक) કાટખૂણા ત્રિકોણની કાટખૂણો કરનારી (अज તથા अक) બાજુઓને વધારીને બહારના ખૂણાને દુભાગનારી (जइ તથા कइ) લીટીઓ इ બિંદુએ મળે ત્યાંથી તે બે વધારેલી બાજુઓ ઉપર (इफ તથા इड) લંબ કરવાથી (अडइफ) એક ચોરસ થશે. (સમાંતર બાજુ ચોખૂણનો ઉપયોગ કર્યા શિવાય સિદ્ધ કરો.)

फ તથા ड સાંધ, इथी जक ઉપર इग લંબ કર (પે.૧૨) कफइ તથા कगइ △માં ∠कफइ = ∠कगइ કાટખૂણા છે, ∠फकइ = ∠इकग (આ. ૨૫.) અને कइ સાધારણ છે ∴ फइ = गइ (પે.૨૬) અને એજ પ્રમાણે गइ = डइ છે તો फइ = डइ ∴ ∠इफड = ∠इडफ (પે.૫) અને ∠अफइ = ∠अडइ કાટખૂણા છે ∴ ∠अफड = ∠अडफ ∴ अफ = अड (પે.૬) अफड △માં ∠अफड કાટખૂણો, ∠अफड = ∠अडफ = $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો ∴ ∠डफइ = ∠फडइ = $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો, અને अफड તથા फडइ △માં फड સાધારણ. ∠अफड = ∠इफड તથા ∠अडफ = ∠इडफ કારણ કે તેઓ $\frac{1}{2}$ કાટખૂણા છે ∴ अड = डइ, अफ = फइ અને ∠फअड = ∠फइड = કાટખૂણો ∴ अफ = अड = डइ = इफ અને એ ચોખૂણ આકૃતિના સઘળા કાટખૂણા છે ∴ તે ચોરસ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૪ મું કૃત્ય—બરોબર બાજુઓની બે (मन, सर અને पव, क्षय) જોડી આપેલી છે તે ઉપરથી તેઓનો મોટામાં

મોટો સમાંતર બાજુ ચોખૂણ બનાવવાનું.

સાધન—सर = अब લ अ બિંદુથી मंब ઉપર अक લંબ કર (પે.૧૧) मन = अक રાખ (પે.૩) कथी अबને સમાંતર कड અને बथी अकને સમાંતર बड દોર (પે.૩૧) તો अबडक મોટો સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે.

સિદ્ધતા—જો તે નથી તો कडમાં કોઈ फ બિંદુ લ. अफ સાંધ અને તેમાંથી अक = अइ રાખ (પે.૩) इथी अब સાથે इग અને बथी अइ સાથે बग સમાંતર દોર પે. ૩૧) તેઓ ग આગળ મળશે. बगને વધાર તે कडને ह આગળ મળશે ત્યારે अड ચોખૂણ = अह ચોખૂણ (પે.૩૫). પણ अह ચોખૂણ કરતાં अग ચોખૂણ નાહાનો છે.·. अड ચોખૂણ કરતાં પણ अग ચોખૂણ નહાનો થયો; અને એજ પ્રમાણે બીજી જોડનો કોઈપણ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ કરીશું તો તે अड ચોખૂણ કરતાં નહાનો થશે એમ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૫ મું પ્રમેય—એક (अफबग) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બે (अब તથા फग) કર્ણ લીટીઓ આપેલી છે; તે ઉપરથી તે સમાંતર બાજુ ચોખુણ એવો કરવો, કે તેનો એક ખૂણો આપેલા (म) ખૂણાની બરોબર થાય.[1]

સાધન—अब ઉપર अथी अक લંબ કર (પે. ૧૧). अक સાથે $\angle$म = $\angle$कअड કર (પે.૨૩). अबને इ બિંદુએ દૂભાગ (પે.૧૦). इथी अबઉપર इह લંબ કર. તે अडને ह આગળ

[1] આપેલો ખૂણો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા હોવા જોઇએ એ વિદ્યાર્થીઓ સેહેલથી સમજશે.

મળશે ઈથી ½ फग અંતરે फनग ગોળ કર. डथी डअ અં-
તરે अबक ગોળ કર. તે પેહેલાને फ બિંદુએ છેદશે. इफ, बफ
અને इफ સાંધ इफ ને વધાર તે ગોળને ग આગળ મળશે. अफ, अग
गफ અને गब સાંધ. તો अफबग સમાંતર બાજુ ચોખુણ થશે.

(સિદ્ધતા — अगइ તથા फबइ △માં अइ = इब (આ. ૨૫.)
फइ = इग (બા. ૧૫), અને ∠अइग = ∠बइफ (પે. ૧૫) ∴ अ
ग = फब અને ∠अगइ = ∠इफब (પે. ૪) ∴ अग તથા फब સ-
માંતર (પે ૨૯) ∴ अफ = बग અને તે સમાંતર (પે. ૩૩). વ-
ળી अइ = इब, इड સાધારણ અને इ આગળના ખુણા કા-
ટખુણા ∴ ∠अडइ = ∠इडब (પે. ૪) ∴ ૨∠अडइ = ∠अडब અને
∠कअड = ∠अडइ (પે. ૨૯) ∴ ૨∠कअड = ∠अडब. હવે अड
= बड = फड (બા. ૧૫) ∴ ∠अफड + ∠डअफ = ∠अडप (પે.
૩૨) પણ ∠अफड = ∠डअफ ∴ ૨∠अफड = ∠अडप તેમ પ્ર-
માણે ૨∠बफड = ∠बडप ∴ ૨∠बफअ = ∠अडब = ૨∠कअड ∴
૨∠बफअ = ૨∠कअड ∴ ∠कअड = ∠बफअ કે જે આપેલા
ખુણાની બરોબર થયો ∴ अफबग કરનાનો સમાંતર બાજુ ચો-
ખુણ થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૬ મું કૃત્ય — એક (अबकड) સમાંતર બાજુ
ચોખુણની (अक) કર્ણ લીટી અને તેની સામેનો (स) ખુણો
તથા તે ખુણો કરનારી બે બાજુઓનો સરવાળો (म) આ-
પેલો છે તે ઉપરથી તે સમાંતર બાજુ ચોખુણ બનાવવાનું.

સાધન — अक પાયો, म બે બાજુનો સરવાળો, અને તેઓ

ની વચેનો ∠क्ष આપેલોછે તે ઉપરથી એક अकड △ કર. (મ નો. ૫) અને अड તથા कड સાથે क તથા अ થી कब તથા अब સમાંતર દોર (પે. ૩૧), તેઓ ब આગળ મળશે. એટલે કરવાનો अबकड સમાંતર બાજુ ચોખુણ થશે.

સિદ્ધતા—अड તથા बक અને कड તથા अब સમાંતર છે માટે તે સમાંતર બાજુ ચોખુણ છે અને તેનો ∠अडक = ∠क्ष તથા अड + कड = म સરવાળો, અને अक કર્ણ લીટી છે માટે તે કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખુણ (अबकड) થયો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૭ મું કૃત્ય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખુણનો એક (अक) કર્ણ લીટી અને તેની સાથે એક (अब) બાજુવાળો થએલો (न) ખુણો આપ્યોછે; તે ઉપરથી તે સમાંતર બાજુ ચોખુણ એવી રીતે બનાવો, કે તેની બીજી (बड) કર્ણ લીટી એક આપેલી (म) લીટી સાથે સમાંતર થાય.

સાધન—આપેલી अकनी સાથે આપેલા ∠न = ∠कअब કર. (પે. ૨૩) अकने इ આગળ દુભાગ (પે. ૨૦) इथी मने સમાંતર डइब દોર (પે. ૩૧); તે कबने ब આગળ મળશે अकथी अबने સમાંતર कड દોર તે बडने ड આગળ મળશે. अड અને बक સાંધ તો अबकड કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખુણ થશે.

સિદ્ધતા—अबइ અને कडइ △ માં अइ = इक (આ. ૨૫.) ∠इअब = ∠इकड (પે. ૨૯) અને ∠अइब = ∠कइड (પે. ૧૫) માટે अब = कड માટે अबकड સમાંતર બાજુ ચોખુણ. (પે. ૩૩) કે જેનો डब કર્ણ લીટી આપેલી म ની સાથે સમાંતર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૮ મું પ્રમેય—જો બે (अबकड તથા अ'ब'क'ड') સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બાજુઓ બરોબર હોય પણ (अ ખુણા કરતાં अ') ખુણો મોટો હોય તો (अ'क') કર્ણ, (अक) કર્ણ કરતાં નાની થશે. પણ(बड કર્ણ ब'ड')કર્ણ કરતાં મોટી થશે.

ચોખૂણના ચાર ખુણાનું માપ ચાર કાટખૂણાં બરોબર છે. (પે.૩૨ અનુ) ∠बअड = ∠बकड અને∠ब'अ'ड' = ∠ब'क'ड' (પે. ૩૪) અને ∠ब'अ'ड' કરતાં ∠बअड મોટો છે માટે ∠अ'ब'क' કરતાં ∠अबक નહાનો થશે. अबक તથા अ'ब'क'△માં अब = अ'ब' તથા बक = ब'क', તથા ∠अबक કરતાં ∠अ'ब'क' મોટો માટે अक કરતાં अ'क' મોટી (પે. ૨૪) તેજ પ્રમાણે अब ड તથા अ'ब'ड'△માં ब'ड' કરતાં बड મોટી છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮૯ મું પ્રમેય—એક (अबकड)સમાંતર બાજુ ચોખૂણની (अक) કર્ણ લીટીના છેડાથી સરખે અંતરે (इ તથા फ) બિંદુઓ લીધાં તેઓની સાથે તેના સામેના ખૂણા સાંધવાથી એક (डइबफ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે.

अडइ તથા बफक△માં अड = बक (પે. ૩૪) ∠इअड = बकफ (પે. ૨૯) અને अइ = फक માટે डइ = बफ (પે. ૪) અને તેજ પ્રમાણે डफ = बइ. હવે फडइ તથા बइफ△માં डइ = बफ, डफ = बइ (૩ પ્ર.) અને फइ સાધારણ માટે∠डफइ = ∠फइब અને ∠डइफ = ∠इफब (પે.૮) માટે डइ તથા बफ અને डफ તથા बइ સમાંતર (પે. ૨૭) માટે डइबफ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૦ મું પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ

એ ખૂણાના દરેક ખૂણામાંથી તેની દરેક બાજુ સાથે બરોબર ખૂણા કરે એવી લીટીઓ દોરવાથી એક (इफमन) સમાંતર બાજુ ચોખૂણ આપેલા સમાંતર બાજુ ચોખૂણ સાથે સમખૂણ થશે.

∠अडक = ∠अबक (પે. ૩૪) અને ∠कडन = ∠अबम (આપેલા છે) માટે ∠अडक - ∠कडन = ∠अडइ = ∠अबक - ∠अबम = ∠कबम અને अइड તથા बकमΔમાં अड = बक ∠इअड = ∠बकम અને ∠अडइ = ∠कबम (ઉ. પ્ર.) માટે अइ = कम તથા डइ = बम (પે. ૨૬ અને તેજ પ્રમાણે कडन તથા अबफΔ એક ૩૫ માટે डन = बफ તથા कन = अफ માટે अइ - अफ = कइ = कब - कन = मन અને डन - डइ = नइ = बफ - बम = फम માટે फमनइ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે. (મનો. ૮૯ ના પેરામાં સિદ્ધ કરવા પ્રમાણે). હવે ∠डअइ = ∠कडइ (માટે ∠अडइ + ∠कडन = ∠अडइ + ∠डअइ = ∠फइन (પે. ૩૨) માટે ∠अडक = ∠कइन અને તેજ પ્રમાણે ∠डअब = ∠इफम માટે अबकड ચોખૂણની સાથે फमनइ સમખૂણ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૨ મું પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણના દરેક ખૂણ બિંદુથી સરખે અંતરે (अइ = बफ = कन = डम) લીધેલા બિંદુને સાધવાથી (इफनम) સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે.

डमन તથા बफइΔમાં ∠मडन = ∠इबफ (પે. ૩૪), અને डक - नक = डन = अब - अइ = बइ તથા डम = बफ માટે मन = फइ (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે मइ = फन ∴ मफ સમાંતર બા-

જુ ચોખૂણુંછે (પે.ક. ૧૫૮) એ સિદ્ધ.

મન યત્ન ૮૨ મું પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણુની દરેક બાજુમાં ખૂણુ બિંદુથી (अइ = बफ = कग = डह) સરખે અંતરે બિંદુઓ લઈને તેઓને તેની સામેના ખૂણા સાથે (अफ, बग, कह तथा डइ) સાંધ્યા તો તેથી એક (मन सर) સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ થશે. તથા (अफब તથા बगक) ખૂણાની બાદબાકી; એ સમાંતર બાજુ ચોખૂણાના પાસેના (अबक તથા रमन) ખૂણાની બાદબાકી બરોબર થશે.

अडइ તથા बकग △માં अइ = कग આપેલીછે. अड = बक તથા ∠डअइ = ∠बकग (પે. ૩૪) ∴ डइ = बग તથા ∠अडइ = ∠कबग (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે कडह તથા अबफ △ માં कह = अफ તથા ∠बअफ = ∠डकह. અને ∠बअड + ∠अडक = બે કાટખૂણાછે (પે.૨૯), ∠मअड + ∠अडम = ∠डमन તથા ∠इडक + ∠रकड = ∠करम (પે. ૩૨); પણ ∠रकड = ∠मअइ (ઉ. પ્ર.) માટે ∠मअड + ∠अडम + ∠रडक + ∠मअइ = ∠अडक + ∠डअब = ∠सरम + ∠रमन માટે कह તથા अफ સમાંતર (પે. ૨૮) અને તેજ પ્રમાણે डइ તથા बग સમાંતર છે માટે मनसर સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ છે.

વળી ∠बअक = ∠गबअ = ∠डइम (પે. ૨૯) અને ∠रमन = ∠अमइ (પે. ૧૫) હવે बअને प સુધી વધારે તો ∠फअप = ∠अफब + ∠अबफ = ∠अइम + ∠अमइ (પે. ૩૨) માટે ∠अबफ — ∠अमइ = ∠अइम — ∠अफब, પણ ∠अमइ = ∠नमर અ

તે ∠अइम = ∠इगक माटे ∠अबफ—∠रमन = ∠बगक—∠अफब એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૩મું પ્રમેય—બે (अब તથા अक) સીધી લીટીઓ એક બીજીને (अ આગળ) કાટખૂણો કરે છે. તેની વચ્ચે કોઈ (प) બિંદુથી બે (बबं कक) સીધી લીટીઓ એવી દોરકે તે બે આપેલી (अब તથા अक) લીટીઓમાં અનુક્રમે (अब છેદે અને છેદનારી (बबं અને ककं) લીટીઓ દુભાગી તો તે (प) બિંદુથી છેદન (बं, कं) બિંદુ સુધી દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેનો (बं पडं) ખૂણો તેઓનાં મધ્ય બિંદુથી કાટખૂણા સુધીની લીટીઓની વચ્ચે ના (डअडं) ખૂણાની બરોબર થશે.

अडं = डंक = डक અને अड = डब = डबं (મનો ૩૨).∴ ∠डअबं = ∠बंअडं અને ∠अकडं = ∠कअडं (પે. ૫) અને ∠पकबं + ∠कपबं = ∠पबंअ (પે. ૩૨) = ∠डअबं = ∠डअडं + ∠डअबं ∴ ∠बंपडं = ∠डअडं એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૪મું પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણના એક (अ) ખૂણા બિંદુથી દોરેલી લીટીથી તેના સામેના (क) ખૂણ બિંદુથાસુધીનું અંતર બીજા (ब તથા ड) ખૂણ બિંદુ સુધીના અંતરના અનુક્રમે સરવાળા અથવા બાદબાકી બરોબરની લીટી; તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણની માંહે અથવા બહાર હશે તે પ્રમાણે થશે.

अकंની સાથે ब થા बइ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) એટલે बकं સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે તેની बइ = कंइ (પે. ૩૪)

વળી અકડું તથા બકઇ△માં અડ = બક (પે. ૩૪). ∠અડડું = ∠બઇક (કાટખૂણો) ∠અડડું = ∠અમક = ∠બકઇ (પે. ૨૯). ∴ ∠અકડું = ∠બકઇ. ∴ ડડું = કઇ. ∴ બબું + ડડું = કકું એ જ પ્રમાણે બીજી આકૃતિમાં વિચાર કરવાથી ડડું - બબું = કઇ કઇ = કકું એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૫ મું પ્રમેય—બે (અક તથા બડ) લીટીઓની સાથે (અબકડ) એવી આકૃતિ કરીએ કે તે બે (અક તથા બડ) લીટીઓ બીજી એક (ડક) લીટીની સાથે બરોબર ખૂણા કરે, અને એક (અક) સાથે તેઓના છેડા સાંધનારી (અડ) જેટલો ખૂણો કરે, તેટલોજ ખૂણો બીજી (બડ) તેના છેડા સાંધનારી સાથે (બક) કરે તો બીજા છેડા સાંધનારી (અબ તથા કઇ) લીટીઓ સમાંતર થશે.

અકડ તથા બકડ△માં ∠કઅડ = ∠કબડ, ∠બડક = ∠અકડ અને કડ સાધારણ માટે અક = બડ (પે. ૨૬) અને કડઇ△માં ∠ઇકડ = ∠ઇડક માટે કઇ = ડઇ (પે. ૬) માટે અક–કઇ = અઇ = બડ–ડઇ = બઇ. માટે અબઇ સમદ્વિ બાજુ △ થયો. હવે અબઇ તથા કબઇ સમદ્વિ બાજુ△માં ∠અઇબ = ∠કઇડ (પે. ૧૫) માટે ∠અબઇ = ∠કડઇ (પે. ૩૨) માટે અબ તથા કડ સમાંતર (પે. ૨૭) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૬ મું કૃત્ય.—એક (અબકડ) સમાંતર બાજુ આકૃતિની એક (અબ) બાજુની માંહે અથવા બહાર વધારામાં) એક (પ) બિંદુ એવું શોધી કહાડવું કે તેની સામેની બાજુનો એક (ક) છેડો સાંધવાથી થએલા (અકક) ખૂણાને તે

•ના બીજા (ड) છેડાને સાંધનારી લીટી દુભાગે.

સાધન—આપેલા (अवकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણમાં क મધ્ય બિંદુ લઈને कड અંતર ગેળ કર. તે अवने તેની માંહે અથવા બહાર प બિંદુએ છેદશે એટલે તે શોધવાનું બિંદુ થશે.

સિદ્ધતા—पक = कड માટે ∠कपड = कडा (પે. ૫) અને ∠कडप = ∠डपअ (પે. ૨૯) માટે ∠अपड = ∠कपड માટે ખોળી કહાડવાનું प બિંદુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૭મું પ્રમેય જો એક ચોપડીના પાનાનો ખૂણો (अ) ખૂણા જેટલા (अड તથા अइ) અંતરે વાળીએ તેટલાજ (डव તથા इफ) અંતરે અને તે પેહેલાં (डइ) વળણની સાથે (वक) સમાંતર થાય એવી રીતે બીજી વખત વાળીએ તો બીજી વખત વાળવાથી જે (वकडइ ત્રપીજ્યમ) આકૃતિ થશે. તે પેહેલા વળણથી થએલી (अडइ ત્રિકોણ) આકૃતિથી ત્રમણી થશે.

कइ સાથે डथी डक સમાંતર દોર (પે. ૩૧) कइ સાંધ તો डककइ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે માટે डक = कइ (પે. ૩૪) અને कइ = अइ (આપેલી છે) માટે डक = अइ અને એ બેઉ સમાંતર છે માટે अडकइ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ (પે. ૩૪). માટે अड તથા कइ સમાંતર અને वक તથા डइ સમાંતર આપેલી છે માટે डवकइ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ માટે कडइ△ = अडइ △, कडइ △ = डवक△ અને कडइ △ = इफक△ (પે. ૩૪) માટે अडइ△ = वडक△ = कडइ △ = फइक△ માટે ૩ अडइ△ = वडक△ + फडइ△ + इफक

$\triangle$ = बडकइ ત્રાપીઝ્યમ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૮મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણની દરેક બાજુ (ड, इ તથા फ બિંદુએ) દૂભાગી અને તે દૂભાગ બિંદુ સાંધવાથી જે (डइफ) ત્રિકોણ થશે, તે આપેલા ત્રિકોણનો એક ચતુર્થાંશ થશે.

बड તથા डफ સાંધ. बकइ$\triangle$ = $\frac{1}{2}$ बकअ $\triangle$ (પે. ૩૮) તેમજ बकड$\triangle$ = $\frac{1}{2}$ बकअ$\triangle$ $\therefore$ बकइ$\triangle$ = बकड$\triangle$ માટે बक તથા डइ સમાંતર (પે. ૩૯) એજ પ્રમાણે अक તથા फइ અને अब તથા फड સમાંતર છે. માટે $\frac{1}{2}$ बइडफ, $\frac{1}{2}$ कडइफ તથા $\frac{1}{2}$ अडफइ સમાંતર બાજુ ચોકુનુ = डइफ$\triangle$(પે. ૩૪) માટે એ આખા ત્રિકોણના એ ચારે સરખાભાગછે માટે डइफ$\triangle$ = $\frac{1}{4}$ अबक $\triangle$ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯૯મું પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણની એક (बक) બાજુને તેના સામેના ખૂણાથી દૂભાગનારી (अड)લીટીને (इ) બિંદુએ દૂભાગીને તેના સામેના (ब) ખૂણાને સાંધનારી (बइ) લીટીને (फ બિંદુએ) દૂભાગી તેના સામેના (क)ખૂણાને સાંધનારી (फक લીટીને (ग બિંદુએ) દૂભાગીને ત્રણ(इ, फ, ग) દૂભાગ બિંદુ સાંધવાથી જે (इफग) ત્રિકોણ થશે તે આપેલા ત્રિકોણનો એક અષ્ટમાંશ થશે.

इक સાંધ એટલે આપેલા $\frac{1}{2}$ अबक$\triangle$ = अकड $\triangle$ અને $\frac{1}{2}$ अकड$\triangle$ = इकड$\triangle$થશે(પે ૩૮)માટે $\frac{1}{4}$अबक$\triangle$ = इकड$\triangle$તેમજ $\frac{1}{4}$ अबक$\triangle$ = बइड$\triangle$થશે. માટે बइक$\triangle$ = $\frac{1}{2}$अबक$\triangle$ અને इबफા

યાને फ બિંદુએ દુભાગેલીછે .·. फइक△ = $\frac{1}{2}$ बकइ△ = $\frac{1}{4}$ अबक અને फइक△ની फक બાજુ ग આગળ દુભાગાએલી છે .·. फइग△ = $\frac{1}{2}$ फइक△ = $\frac{1}{8}$ अबक△ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૦મું પ્રમેય—મનોયત્ન ૫૯માની બને આકૃતિમાંના (इफग તથા महड) સમબાજુ ત્રિકોણ, મૂળના સમબાજુ ત્રિકોણના અનુક્રમે એક તૃતિયાંશ અને સપ્તમાંશછે.

(પેહેલો પ્રકાર)—कफ સાંધવાથી कफब△ = $\frac{1}{3}$ अबक△ અને બાકીના अकफ △ = $\frac{2}{3}$ अबक△ વળી अइफ△ = $\frac{1}{3}$ अकफ△ = $\frac{2}{9}$ अबक△ એજ પ્રમાણે फबग તથા कइग△ = $\frac{2}{9}$ अबक△ .·. अइफ△ + फबग△ + कगइ△ = $\frac{6}{9}$ अबक△ = $\frac{2}{3}$ अबक△ તો બાકીના फगइ△ = $\frac{1}{3}$ अबक△ છે એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર.)—कम સાંધ कग = $\frac{1}{3}$ अक છે.·. बकग△ = $\frac{1}{3}$ अबक△ અને अबग△ = $\frac{2}{3}$ अबक△ .·. बकग△ = $\frac{1}{2}$ अबग△ તેમજ मकग△ = $\frac{1}{3}$ अबक = △ $\frac{1}{2}$ अबग△ .·. बकम△ = $\frac{1}{2}$ अबम△ વળી बफ = $\frac{1}{3}$ बक .·. अबफ△ = $\frac{1}{3}$ अबक△ .·. अबफ△ = बकग△ વળી बफम△ = $\frac{1}{3}$ बकम△ .·. बफम△ = $\frac{1}{6}$ अबम△ .·. बफम△ = $\frac{1}{7}$ अफक△ = $\frac{1}{21}$ अबक△ .·. अबम△ = $\frac{6}{21}$ अबक = △ $\frac{2}{7}$ अबक એજ પ્રમાણે अकह△ = $\frac{2}{7}$ अबक△ અને बडक△ = $\frac{2}{7}$ अबक△ .·. अबम△ + अकह△ = बकड△ = $\frac{6}{7}$ अबक△ તો બાકીના महड△ = $\frac{1}{7}$ अबक△ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૧ મું કૃત્ય.—એક આપેલા (अबक) ત્રિકોણના

બરાબર, એવો એક ત્રિકોણ કરો કે (૧) જેનો પાયો (म) આપેલો છે. (૨) જેની ઊંચાઈ (न) આપેલી છે.

(પેહેલો પ્રકાર) સાધન—આપેલા अकब ત્રિકોણના बक પાયામાં આપેલા म પાયા = बड (માંહી અથવા બાહાર) પાયો રાખ (પે. ૬) अ તથા ड સાંધ, અને अड ને સમાંતર क બિંદુથી कइ દોર (પે. ૩૧) તે अब ને અથવા તેના વધારાને इ બિંદુએ મળશે. इ તથા ड સાંધ. એટલે अबक△ = बडइ△ થશે.

સિદ્ધતા—अडक△ = अडइ△ (પે ૩૭) ∴ अइफ△ = कडफ△ તે બંનેમાં बफअ ખૂણ મેળવ્યો; તો अबक△ = बडइ△ એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) સાધન—આપેલા अबक ત્રિકોણના अ શિરો બિંદુથી પાયા ઉપર अस લંબ કર (પે. ૧૨) અને स બિંદુથી આપેલા न લંબ = सन રાખ (પે. ૩) न થી बक ને સમાંતર नइ દોર (પે. ૩૧) તે अक ને इ બિંદુએ છેદશે. बइ સાંધ. अथी बक ને સમાંતર अग દોર (પે. ૩૧) તે बइ ને ग આગળ મળશે. गथी अक ને સમાંતર गड દોર તે बक ને ड આગળ મળશે डइ સાંધ એટલે अबक△ = बडइ △ न ઊંચાઇનો થશે.

સિદ્ધતા—अबक△ = बगक△ અને कडइ△ = कबइ△ (પે. ૩૭) बगक △ = बकइ△ + कगइ△ = बकइ△ + कडइ△ = बडइ△ ∴ अबक△ = बडइ△, ने न = सन = फइ એ સિદ્ધ.

(જો લંબ મોટો હશે તો પણ એજ પ્રમાણે વિચાર કરી આકૃતિ રચના કરશો એટલે ઝટ સિદ્ધ થશે.)

મનોયત્ન ૧૦૨ મું કૃત્ય—બે આપેલા (अबक તથા सनम)

ત્રિકોણના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરોબર એક ત્રિકોણ બનાવવું.

(૧) સાધન—આપેલા મોટા अबक △ની अक બાજુઉપર સમન△ = એક બહારની બાજુએ अकइ△ કર.(મ.૧૦૫)इथी अक નેસમાંતર इड દોર. (પે. ૩૧) તે बक ને ड આગળ મળશે. अड સાંધ એટલે કરવાનો अबड △ થશે.

સિધ્ધતા—अइक△ = अडक△(પે. ૩૭) ∴ अबक△ + △अइक△ = अबक△ + अडक△ = अबड△ એ સિધ્ધ.

(૨) સાધન—अक ઉપર સમન△ = अकइ△ કર, ને इथी अक ને સમાંતર इड દોર (પે ૩૧) તે बक ને ड બિંદુએ મળશે. ड તથા अ સાંધ; તો કરવાનો अबड △ થશે.

સિધ્ધતા—अकइ△ = अकड△(પે. ૩૭) ∴ अबक△ - अकइ △ = अबक△ - अकड = अबड△ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૩જું કૃત્ય—એક(बक) આપેલા પાયા ઉપર કોઇ આપેલા (मनइ) ત્રિકોણની બરોબર સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન—बक પાયા ઉપર આપેલા मनइ△ = बकफ△કર. (મનો. ૧૦૧) बक પાયા ને ड બિંદુએ દૂભાગ (પે.૧૦)डथी डअ લંબ કર. (પે. ૧૧) અને फथी बक ને સમાંતર फअ દોર (પે. ૩૧) अब તથા अक સાંધ તો કરવાનો अबक △ થશે.

સિધ્ધતા—अबड તથા अकड△માં बड = कड. अड સાધારણ અને ड પાસેના કાટખૂણા ∴ अब = अक (પે. ૪) ∴ अबक △સમદ્વિ બાજુછે, ને મનइ△ = बफक△ = अबक△ એ સિધ્ધ

મનોયત્ન ૧૦૪ થું કૃત્ય—એક આપેલા (अबक) ત્રિકોણની બરોબર એક કાટખૂણ ત્રિકોણ કરવાનું.

સાધન આપેલા अबक△ના बक પાયાના ब બિંદુથી बड લંબ કર (પે.૧૧). अથી बकને સમાંતર अड દોર, (પે.૩૧). તે बड ને ड આગળ મળશે डकસાંધ એટલે કરવાનો बकड△થશે.

સિદ્ધતા—अबक△=बकड△ (પે.૩૭), કે જેનો ∠ब કાટખૂણો છે એ સિ.દ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૫ મું કૃત્ય—એક આપેલી (बक) લીટી ઉપર આપેલા (स) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બરોબર એક ત્રિકોણ કરવો કે જેનો એક ખૂણો આપેલા (र) ખૂણાની બરોબર થાય.

સાધન—આપેલા स સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બરોબર એક मनइ ત્રિકોણ કર (પે.૪૨ પ્ર. ઉલટી રીતે વિચારીને, અથવા સમાંતર બાજુ ચોખૂણમાં કર્ણ લીટીથી થએલા બે ત્રિકોણ સરવાળા બરોબર કર. મનોયત્ન ૧૦૨ પ્ર.) એ ત્રિકોણની બરોબર આપેલી बक લીટી ઉપર જેનો એક ∠अबक=∠र આપેલો થાય એવો अबक ત્રિકોણ કર. (મનોયત્ન ૧૦૧—મનોયત્ન ૧૦૪ પ્રમાણે વિચાર કરી કોઈ પણ ખૂણો વિદ્યાર્થી સહેલથી રાખી શકશે.) એટલે કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—स ચોખૂણ=मनइ△=अबक△કે જેનો ∠ब=∠र આપેલો છે માટે स ચોખૂણ=अबक△ એ સિ.દ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૬ ઠું કૃત્ય—એક આપેલી સીધી આકૃતિની બરોબર એક ત્રિકોણ એવો કરવો કે જેનું શિરો બિંદુ त

સીધી લીટી આકૃતિના એક આપેલા ખૂણામાં અને તેનો પાયો તેની એક બાજુ ઉપર થાય.

(પેહેલો પ્રકાર) સાધન—જો આપેલી સીધી લીટી આકૃતિ अबकड એક ચોખૂણ આકૃતિ હોય તો તેના આપેલા ∠अથી अक કર્ણ કર. અને તેની સાથે डથી डइ સમાંતર દોર (પે.૩૧). તે આપેલી बकના વધારાને इ આગળ મળશે अइ સાંધ એટલે કરવાનો अबइ ત્રિકોણ થશે.

સિધ્ધતા—अकड△=अकइ△(પે. ૩૭)માટે अबक△+अकइ△=अबइ△=अबक△+अकड△=अबकड ચોખૂણ એ સિધ્ધ.

(બીજો પ્રકાર)સાધન—જો આપેલી આકૃતિ अबकडइ પંચખૂણ હશે તો તેના આપેલા ∠अથી સામેના ∠क,∠ड સાંધ, ब તથા इથી अक તથા अडને અનુક્રમે बफ તથા इग સમાંતર દોર. (પે.૩૧). તે कडના વધારામાં फ તથા ग આગળ મળશે. अफ અને अग સાંધ એટલે अफग કરવાનો ત્રિકોણ થશે.

સિધ્ધતા—अबक△=अफक△; अडइ△=अडग△=(પે. ૩૭) માટે अफक△+अकड△+अडग△=अफग△=अबक△+अकड△+अडइ△=अबकडइ આપેલી પંચખૂણ આકૃતિ છે એ સિધ્ધ.

એમજ પ્રમાણે સાતખૂણ આઠખૂણ ઇત્યાદિ બહુ ખૂણ આકૃતિને માટે વિદ્યાર્થી વિચાર કરી શકશે.

મનોયત્ન ૧૦૭ મું કૃત્ય.—એક (अबक)ત્રિકોણના ત્રણ ભાગ એવા કરવા કે તે ભાગોના સરવાળા બરોબર એક સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થાય કે જે ચોખૂણનો એક ખૂણો એક આપેલા

ખૂણા બરાબર થાય.

સાધન—अक ને ड આગળ દુભાગ. (પે. ૧૦) डथी बक ને સમાંતર डइ દોર (પે. ૩૧) इड વધાર અને इड = डग રાખ (પે. ૩) गक તથા कइ સાંધ. જો ∠अबक = આપેલો ખૂણો હશે તો अइड△, बइक△ અને इकड△, એ ભાગો થશે, પણ જો આપેલો ખૂણો = તે નહી હોય તો તેની = ∠कबफ ક ર. बफ સાથે कह સમાંતર કર. તે इग ને ह આગળ મળશે. તો अडइ△, बइफ△ અને बकडफ ચોખૂણુ એ ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—(૧) (∠अबक = આપેલો ખૂણો છે) अड = कड, डइ = डग (આ. ૨ચ.) ∠अडइ = ∠कडग (પે. ૧૫) ∴ अडइ△ = कडग△, ∠डअइ = ∠डकग અને अइ = कग (પે. ૪) ∴ अइ તથા कग સમાંતર (પે. ૨૭) ∴ बकगइ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ કે જેનો ∠इबक = આપેલો ખૂણો છે. ∴ अडइ△ + बकइ△ + कडइ△ = अबक△ = बकइ△ + कडइ△ = कडग△ = बअग ह સમાંતર બાજુ ચોખૂણ, કે જેનો ∠कबइ = આપેલો ખૂણો છે

(૨)(જો ∠बकफ = આપેલો ખૂણો છે)—∠इबक + ∠बकग = ૨ કાટખૂણા અને ∠फबक + ∠बकह = ૨ કાટખૂણા (પે. ૨૯) ∴ ∠इबफ = ∠गकह, તથા बइ = कग અને बफ = कह (પે. ૩૪) ∴ बइफ△ = कहग△ (પે. ૪) ∴ अडइ△ + बइफ△ + बकडफ ચોખૂણ = अबक△ = कडग△ + कगह△ + बकडफ ચોખૂણ = बकहफ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ કે જેનો ∠फबक = આપેલો ખૂણો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૮ પ્રમેય—કોઇપણ (अबक) વિષમ બાજુ ત્રિકોણના એક રૂપ થાય એવા બે ભાગ કદી થઇ શકતા નથી.

अबक △ વિષમ બાજુછે, માટે अक કરતાં बक અને बक કરતાં अब મોટી હશે; તો તેના એક રૂપ થાય એવા બે ભાગ થઇ શકતા નથી.

बक ને ड આગળ દૂભાગ (પે. ૫૦) अड સાંધ તો ધાર કે अडથી તેના બે એક રૂપ થાય એવા ભાગ થાયછે. તો बड સાથે कड મળી જશે. अड સાધારણછે તે મળશે. અને अब સાથે अक મળશે એટલે अब = अक થશે. પણ अब કરતાં बक અને बक કરતાં अक નાનીછે તો अब કરતાં अक ઘણી જ નાહાની; અને તે હમણાં બરોબર થાયછે એ અશક્ય, માટે એક રૂપ થાય એવા બે ભાગ કદી થશે નહી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦૯ કૃત્ય—એક ત્રિકોણની બે (अक તથા बक) બાજુઓ આપેલીછે તે ઉપરથી બતાવો કે તે બે લીટીઓથી જે (अकब) કાટખૂણ ત્રિકોણ થશે તે બીજા સઘળાં કરતાં મોટો થશે.

સાધન—આપેલી બે अब તથા बकને એક બીજા સાથે ब આગળ કાટખૂણો કરે એવી રીતે મુક (પે. ૧૧) તેમજ ब આગળથી बड તથા बइ સાંકડો અથવા પોહોળો ખૂણો કરે એવી લીટીઓ દોર. बक = बड = बइ = શબ (પે. ૩) अड, अक અને अइ સાંધ. ड તથા इથી अब ઉપર डफ, इग લંબ દોર (પે. ૧૨).

સિદ્ધતા—बड તથા बइ કરતાં डफ તથા इग નાહાની

છે (પે. ૧૭) માટે बक કરતા डफ તથા इग નાહાનીછે. માટે अब પાયા ઉપરના अबड△ તથા अबइ△ કરતાં अबक△ મોટોછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૦ પ્રમેય—(अबक ને अइग△માં) જેઓનું શિરોબિંદુ એક (अ) અને જેઓનો પાયો એક આપેલા (ड) બિંદુમાંથી જાય એવા સઘળા ત્રિકોણમાં જેનો (बक) પાયો તે આપેલા બિંદુએ દૂભાગાય તે સઘળાં કરતાં નાનો થશે.

એક अबक△ના बक પાયાને ड બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦) डથી એક એવી લીટી દોર, કે તે अकને માંહે ग આગળ તથા अबને બહાર વધારવામાં इ આગળ મળે, કે જે डग કરતાં डइ મોટી થાય; તો अबक△ કરતાં अगइ△ મોટો થશે.

बथी अकને સમાંતર बह દોર (પે. ૩૧.) ∠बडह = ∠कडग (પે. ૧૫). ∠डबह = ∠डकग (પે. ૨૯). અને बड = डक ∴ बडह△ = कडग△ ∴ अबडग + कडग△ = अबक△ = अबडग + बहड △ = अबहग આકૃતિ જે अगइ△નો એક ભાગછે, માટે अबक △થી अइग△ મોટો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૧ પ્રમેય— એકજ પાયા ઉપરના અને સરખી પરિમિતીવાળા સઘળા ત્રિકોણમાં સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ મોટોછે.

એક बक પાયા ઉપર अबक સમદ્વિ બાજુત્રિકોણ કર. તેના બરોબર પરિમિતીવાળો એક તેજ પાયાઉપર बकड ત્રિકોણ કર. તો अ કરતાં ड શિરોબિંદુ નિચે પડશે. કારણ કે बकड ની△કોઇ પણ એક બાજુ अब અથવા अक કરતાં નાહાની થશે. અને બીજી મોટી થશે. अथी बक ઉપર अफ લંબદોર (પે. ૧૨). ड

થી बक સાથે डइ સમાંતર દોર (પે. ૩૬). તે अफ ને इ આગળ મળશે. बइ તથા कइ સાંધ. તો बकड△=बइक△ (પે. ૩૭), કે જે अबक△નો ભાગછે માટે बडक △ કરતાં अबक△ મોટો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૨ કૃત્ય—એક આપેલા (अबक) ત્રિકોણના ત્રણ સરખા ભાગ કરવાનું (૧) ત્રિકોણની એક બાજુમાં બિંદુ આપ્યું છે ત્યાંથી લીટીઓ દોરીને. (૨) ત્રિકોણના ખૂણાથી તેની માંહે કોઈ એક બિંદુ સુધી લીટીઓ દોરીને—(૩) ત્રિકોણમાં એક આપેલા બિંદુથી લીટીઓ દોરીને.

(૧) સાધન—अबक△ને डથી દૂભાગનારી डफ દોર (મનો ૬). फ બિંદુની દરેક બાજુએ $\frac{1}{3}$ बफ=गफ=फह લે (પે. ૩); અને डग તથા डह સાંધ તો કરવાના ભાગ થયા.

સિદ્ધતા—बडफ△=$\frac{1}{2}$ अबक△છે અને $\frac{1}{2}$ बफ=गफ છે. માટે $\frac{1}{3}$ बडफ△=फडग△ અને $\frac{1}{3}$बडफ△= डगफ△=डफह △છે માટે $\frac{1}{3}$अबक△=बडग△ અને बडग△=गडफ△+फडह△=गडह△ (પે. ૩૮) માટે બાકીની अडहक આકૃતિ=$\frac{1}{3}$ अबक△ માટે बडग△=गडह△=अडहक ચોખૂણ માટે એ अबक△ના ત્રણ સરખા ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

(બીજી રીતે) સાધન—अबक ત્રિકોણના बक પાયામાંડ આપેલા બિંદુથી अड સાંધ. અને बकના इ તથા फ આગળ ત્રણ સરખા ભાગ કર (મ. ૧). अइ તથા अफ સાંધ. इ તથા फથી अडને इग તથા फह સમાંતર દોર (પે.

૩૧). डग તથા डह સાંધ. એટલે बडग△, अगडह ચોખૂણ તથા डहक△ કરવાના ત્રણ ભાગ થશે.

સિધ્ધતા.—गअइ△ = गडइ△ (પે. ૩૭).∴ बगइ△ + गअइ△ = बअइ△ = बगइ△ + गडइ△ = बगड△ = ⅓अबक△ અને એજ પ્રમાણે डहक△ = ⅓अबक△ થશે. તો બાકીની अगडह આકૃતિ = ⅓अबक△ રહેશે. એટલે એ ત્રણે ભાગ બરોબર છે એ સિધ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) સાધન—अबक ત્રિકોણના बक પાયાના ड તથા इ બિંદુએ ત્રણ સરખા ભાગ કર (म. ૧). અને ड, इ બિંદુથી अब, अक ને સમાંતર, डप, इप લીટીઓ દોર (પે. ૩૧). તેએ, प બિંદુએ મળશે. पથી अप, बप, कप સાંધ એટલે તેના ત્રણ બરોબર ભાગ થશે अड, अइ સાંધ.

સિધ્ધતા—अब પાયા ઉપરના તથા अब, पड સમાંતર લીટીઓની વચેના अबड△ = अबप△ (પે. ૩૭). તેમજ अकइ△ = अकप△, અને अबड તથા अकइ દરેક△ = ⅓अबक△ કે તેઓ बक પાયાના ત્રિભાગ ઉપર છે. તો अबक△—(अबप△ + अकप△) = बकप△ = ⅓अबक△ માટે प બિંદુથી તેના ખૂણા સુધી દોરેલી લીટીઓથી ત્રણ સરખા ભાગ થયા એ સિધ્ધ.

(ત્રિજો પ્રકાર) સાધન—આપેલા अबक△ ના बक પાયાના ड તથા इ ત્રિભાગના બિંદુઓ આપેલાં प, તથા अ શિરો બિંદુ સાથે સાંધ. डप તથા इप ને સમાંતર अग તથા अह દોર (પે. ૩૧). अप, पग તથા पह સાંધ તો તે ત્રિકોણના ત્રિભાગ થશે.

સિધ્ધતા—अगप△ = अगड△ (પે. ૩૭).∴ अगप△ + अब

गΔ = अबगप ચોખૂણ આકૃતિ = अगडΔ + अबगΔ = अबड Δ = ⅓अबकΔ. તેજ પ્રમાણે अपहक આકૃતિ = ⅓अबक ∴ બાકીનો गपहΔ = ⅓अबकΔમાટે તે ત્રણે કરવાના ત્રિભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૩ કૃત્ય—એક આપેલા (अबक) ત્રિકોણના બરોબર નવ ભાગ કરવાનું.

(પેહેલી રીતિ) સાધન—बक પાયાનો बड ત્રિભાગ લે (મ. ૧). અને તેજ પ્રમાણે बडનો बइ ત્રિભાગ લે. बइ = बकના નવ ભાગ કર(પે. ૩). તે દરેક अ શિરો બિંદુ સાથે સાંધ એટલે अबकΔના કરવાના બરોબર નવ ભાગ થશે.

સિદ્ધના—એ સઘળા ત્રિકોણ (પે. ૩૮) બરોબરછે એ સિદ્ધ.

(બીજી રીતિ) સાધન—આપેલા अबक ત્રિકોણની દરેક બાજુના બરોબર ત્રિભાગ કર. (મ. ૧) અને તે દરેક ભાગ બિંદુ સાંધ એટલે તે ત્રિકોણના કરવાના નવભાગ થશે.

સિદ્ધના—अइगΔમાંના अडफΔ = डइमΔ = डफमΔ = फगमΔ(મ. ૯૮) અને તેજ પ્રમાણે बडन તથા कफहΔમાં થશે માટે તે દરેક નવે, अडफΔની સાથે બરોબરછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૪ કૃત્ય—એક આપેલા (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણને દૂભાગવાનું (૧) તેની એક બાજુમાં આપેલા (प) બિંદુથી લીટી દોરીને. (૨) એક તેની માંહે અથવા બહાર આપેલા (प) બિંદુથી લીટી દોરીને. (૩) તેની એક બાજુ ઉપ. લંબ દોરીને. (૪) એક આપેલી (मन) લીટીને સમાનર દોરીને.

પેહેલો પ્રકાર) સાધન—આપેલા अबकड સમાંતર બાજુ

ચોખૂણમાં अक કર્ણ દોર તથા તેને इ બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦) અને આપેલા प સાથે સાંધ. पइ ને વધાર તે अब નેन બિંદુ એ મળશે એટલે કરવાના બે ભાગ થયા.

સિદ્ધતા—पकइ તથા अनइ△માં ∠पइक = ∠अइन (પે. ૧૫) अइ = कइ અને ∠पकइ = ∠इअन (પે. ૨૯).∴ अनइ△ = पकइ△ (પે. ૨૬). અને अकड△ = अबक △ (પે. ૩૪) अडक△–पकइ△+अइन△ = अडपन આકૃતિ = अबक△–अइन△+पकइ△ = पकबन આકૃતિ એ બે ભાગ બરોબર થયા એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર સાધન—આપેલા સમાંતર બાજુ ચોખૂણ માંહે અથવા બાહારના આપેલા प તથા કર્ણના इ દૂભાગ બિંદુને સાંધ અને पइने વધાર એટલે કરવાના બે ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—सइक△ = अनइ △(પે.૨૬).∴ अनसड = नबकस એ સિદ્ધ.

(ત્રિજો પ્રકાર) સાધન—अक કર્ણના इ દૂભાગ બિંદુથી इन લંબ કર (પે. ૧૨) અને તેને વધાર તે कड ને स આગળ મળશે. એટલે તેના બે ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—अइन△ = सकइ△ (પે. ૨૬) ∴ असनड = नबकस એ સિદ્ધ.

(ચોથો પ્રકાર) સાધન—કર્ણના દૂભાગ બિંદુથી આપેલા मन ને फग સમાંતર દોર એટલે તેના દૂભાગ થશે.

સિધતા—अगइ△ = कफइ△(પે. ૨૬).∴ अगफड = गबफक એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૫મું કૃત્ય—એક આપેલા (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની એક (अड) બાજુના વધારામાં (फ) બિંદુ આપેલું છે ત્યાંથી એક લીટી દોરવી કે તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણના બે બરોબર ભાગ થાય.

સાધન—આપેલા अबकड સમાંતર બાજુ ચોખૂણમાં अक કર્ણ દોર. इ બિંદુએ દૂભાગ (પે. ૧૦) इफ સાંધ. અને તેને अब ને न આગળ મળે ત્યાં સુધી વધાર. એટલે તેના બે બરોબર ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—अइ = इक, ∠अइन = ∠फइक (પે.૧૫) અને ∠ इअन = ∠इकस(પે. ૨૯). માટે अइन△ = सकइ△(પે. ૨૬) અને अबक△ = अडक△(પે.૩૪) ∴ अबक△-अनइ△+सकइ△ = नबकस આકૃતિ = अडक△-सकइ △+अनइ△ = अडसन આકૃતિ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૬ કૃત્ય—એક આપેલા (अबकड) સમાંતરબાજુ ચોખૂણના ત્રણ સરખા ભાગ (૧) તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણની એક બાજુમાં આપેલા (प) બિંદુથી, (૨) અને તે સમાંતર બાજુચોખૂણના આપેલા(ब) ખૂણમાંથી બેલીટીઓ દોરીકરવાનું

(પહેલો પ્રકાર) સાધન—अबकड સમાંતર બાજુ ચોખૂણની बक બાજુના ત્રિભાગ કર (મ. ૧). આપેલું (प) બિંદુ સમાંતર બાજુ ચોખૂણની बक લીટીના બે ત્રિભાગ બિંદુ इ તથા फની વચે હશે. તો इ તથા फथी अबने इसतथा कडनेफन સમાંતર દોર (પે. ૩૧) અને તેઓને म તથા र બિંદુએ દૂભાગીને पम

તથા पर સાંધ અને તેઓને વધાર. તે अडને ग તથા ह બિંદુએ મળશે એટલે કરવાના ત્રિભાગ થશે.

સિદ્ધતા—बस, इन તથા फड સમાંતર બાજુ ચોખૂણ બરોબર છે માટે बस = $\frac{1}{3}$ बड છે. इमप△ = सगम△ તથા पफर△ = नरह△ (પે. ૨૬). માટે अबइमग + इपम△ = अबपग = अबइमग + गमस△ = बस = $\frac{1}{3}$ बड સમાંતર બાજુ ચોખૂણ અને એજ પ્રમાણે पकडह = $\frac{1}{3}$ बड છે માટે બાકીના पगह△ = $\frac{1}{3}$ बड રહ્યો માટે એ ત્રણે બરોબર છે એ સિદ્ધ.

(૨) સાધન—હવે જો प બિંદુ, फ તથા कની વચે હશે, તો फनને र આગળ દુભાગ (પે.૧૦). र તથા प સાંધ. रप ને વધાર, તે अडને ह आगળ મળશે.

સિદ્ધતા—फड ચોખૂણ = $\frac{1}{3}$ बड ચોખૂણ; અને फर = रन, ∠परफ = ∠नरह (પે.૧૫). ∠रपफ = ∠रहन (પે.૨૯) માટે रफप△ = रनह△ (પે.૨૬) માટે पकडह ચોખૂણ = फड ચોખૂણ = $\frac{1}{3}$ बड ચોખૂણ વળી अप તથા हब સાંધ. हबને इ આગળ દુભાગ (પે.૧૦). इथी अपને સમાંતર इग દોર (પે.૩૧) गप સાંધ. એટલે તે, बह ત્રાપિજ્યમને દુભાગશે. इपह△ = $\frac{1}{2}$ बपह△ અને अइह△ = $\frac{1}{2}$ अबह△ માટે इपह△ + अइह△ = $\frac{1}{2}$ बह ત્રાપિજ્યમ. હવે अगइ△ = गइप△ (પે.૩૯). એ બેમાંથી गमइ△ બાદ કીધો, તો अगम△ = मइप△ માટે $\frac{1}{2}$ बह ત્રાપિજ્યમ = इपह△ + अइह△ - मइप△ + अगम△ = अगपह આકૃતિ = $\frac{1}{3}$ बड સમાંતર બાજુ ચોખૂણ માટે बगप△ अगपह આકૃતિ = पकडह ચોખૂણ માટે તે बड ચોખૂણના ત્રણ ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) સાધન—આપેલા अवकड સમાંતર બાજુ ચોખૂણના वक પાયાના इ તથા फ ત્રિભાગ (મ.૧) બિંદુથી अव સાથે इस તથા फन સમાંતર દોર (પે.૩૧) એટલે वस, इन અને फड આખાનો $\frac{1}{3}$ થશે वन સાંધ. અને वककड ત્રાપિજ્યમને ઉપરના પ્રકાર પ્રમાણે દૂભાગનારી वग દોર.

સિદ્ધતા—अवन△ = $\frac{1}{2}$अफ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ(પે.૩૪) = $\frac{1}{3}$अक તો બાકીનો वकडन ત્રાપિજ્યમ $\frac{2}{3}$अक છે તેને દૂભાગેલો છે માટે अवन△ = नवगड = वकग△એ ત્રિભાગ થયાએ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૭ મું કૃત્ય—કોઇ પણ એક આપેલા (म) ચોખૂણની બરોબર લોંઝ્ઝ (રામબસ) કરવાનું.

સાધન—આપેલા म ચોખૂણના = अवकड કાટખૂણ ચોખૂણ કર (પે.૪૪) અને व મધ્ય બિંદુ લઇને वक અંતરે ગોળ કર, તે अडने इ બિંદુએ છેદશે. कथा वइने સમાંતર कफ દોર (પે.૩૧), તે अडने इ આગળ મળશે. તો કરવાનો वफ લોંઝ્ઝ થશે.

સિદ્ધતા—अवकड = वकफइ (પે.૩૫) અને वकफइ સમાંતર બાજુ ચોખૂણમાં वक = वइ છે માટે તેની સઘળી બાજુઓ બરોબર (પે.૩૪) તેથી वफ લોંઝ્ઝ (બ્યા.૩૦) આપેલી म ચોખૂણ આકૃતિની બરોબર છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૮ મું કૃત્ય.—એક આપેલા (अवक) ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ અને પરિમિતીની બરોબર એક સમાંતર બાજુ ચોખૂણ કરવાનું.

સાધન—આપેલા अबक△ના बक પાયાને ड આગળ દ્વિ. ભાગ (પે.૧૦). અને अइ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) ड મધ્ય બિંદુ ધારીને अब તથા अकના સરવાળાના અર્ધ જેટલે અંતરે ગોળ કર, તે अइ ને इ આગળ છેદશે. कथी डइने कफ સમાંતર દોર (પે. ૩૧)તો કરવાનો ड क फ इ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે.

સિદ્ધતા— अब તથા अकના સરવાળાના અર્ધ બરોબર डइ છે અને डइ = कफ (પે. ૩૪). તથા डक = इफ.∴ अब + अक = डइ + कफ અને कड + डब = कड + फइ ∴ अबक ત્રિકોણની ત્રણ બાજુના સરવાળા બરોબર डक, फइ ચોખૂણની બાજુઓનો સરવાળો છે અને अ ब क△ = ड क फ इ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે (પે. ૪૧) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧૯ કૃત્ય—એક આપેલા ચોરસની (अक) કર્ણના વધારામાં એક એવું (प)બિંદુ સોધી કહાડવું; કે ત્યાંથી તે ચોરસની કોઈ પણ બાજુ સાથે દોરેલી સમાંતર લીટી, બીજી બાજુના વધારાને (इ) આગળ મળે. તેથી થએલો (अपइ) ત્રિકોણ તે (अफ) ચોરસની બરોબર થાય.

સાધન—આપેલા अबकड ચોરસની अक કર્ણ = अडને इ સુધી વધાર (પે. ૩). इ થી डक ને સમાંતર इप દોર (પે. ૩૧). તે કર્ણને प બિંદુએ મળશે એટલે તે શોધવાનું બિંદુ થશે.

સિદ્ધતા.—अड = कड છે અને ∠ड કાટખૂણો છે, માટે ∠

ઇઅક $=\frac{1}{2}$ કાટખૂણો છે (પે. ૩૨) માટે ∠અપઇ $=\frac{1}{2}$ કાટખૂણો છે.∵ ∠અપઇ $=$ ∠ઇઅપ માટે ઇપ $=$ અઇ (પે.૬) $=$ અક અને ૨ બક² $=$ અક² (પે. ૪૭) $=$ અઇ²; અપઇ કાટખૂણ△ છે અને અઇ $=$ ૨ ઇપ² છે માટે ૨.અઇ² $=$ અપ²△ અને અઇ² $=$ અક² $=$ ૨ અબકડ છે માટે ૨ અપઇ△ $=$ ૨ અબકડ ચોરસ માટે અપઇ△ $=$ અબકડ ચોરસ માટે પ શોધી કહાડવાનું બિંદુ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૦ પ્રમેય—એક (અબકડ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણમાં એક આપેલા (પ) બિંદુથી તેના ખૂણા સુધી લીટીઓ દોરવાથી તેના ચાર ત્રિકોણ થશે, તેમાંના કોઇપણ સામસામેના બેનો સરવાળો, તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણના અર્ધ બરાબર થશે.

પથી અબ તથા અકને નપસ તથા મપફ સમાંતર લીટીઓ દોર (પે.૩૧), પડ, પક, પબ તથા પઅ સાંધ તો અપન △ $=$ $\frac{1}{2}$મન સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે (પે. ૩૪). તેજ પ્રમાણે નપડ△ $=\frac{1}{2}$નફ; $\frac{1}{2}$મસ $=$ પબસ△ તથા $\frac{1}{2}$સફ $=$ પસક△ છે માટે અપન△ $+$ પનડ△ $=$ અપડ△ $=\frac{1}{2}$ મડ અને બપસ△ $+$ સપક△ $=$ બપક△ $=\frac{1}{2}$મક ચોખૂણ માટે અપડ△ $+$ બપક△ $=\frac{1}{2}$અબકડ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૧ પ્રમેય—જો એક (અબકડ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની (અક) કર્ણમાં અથવા તેના વધારાનાં એક (ઇ) બિંદુથી તે કર્ણની સામેના બે ખૂણ બિંદુઓ સાંધવાથી જે (ઇબક અને ઇડક) ત્રિકોણ તથા (ઇબઅ અને ઇડઅ)

ત્રિકોણ થશે તે અનુક્રમે બરોબર થશે.

(૧) જો તે इ બિંદુ માંહી હશે તો इथी अव तथा अड साथे सइम तथा पइन લીટીઓ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) अपइ△ = असइ△, पवइ△ = इवम△, इमक△ = इकन△, डइन△ = डइस△ (પે. ૩૪) અને पम ચોખૂણ = सन ચોખૂણ (પે. ૪૩) માટે अपइ△ + पवइ △ = अवइ △ = असइ△ + डसइ △ = अडइ△ અને એજ પ્રમાણે इवक△ = इडक△ છે એ સિદ્ધ.

(૨) જો इ બિંદુ બહાર હશે તો इथी अव અને वक साथे इप तथा इन સમાંતર દોર (પે. ૩૧) वक तथा कडने વધાર તે पइने म આગળ અને नइने स આગળ મળશે. नक ચોખૂણ = कप ચોખૂણ (પે. ૪૩) માટે नम ચોખૂણ = सप ચોખૂણ इवक△ = ½ नम ચોખૂણ તથા इडक = ½ सप ચોખૂણ (પે. ૩૪) માટે इवक△ = इडक△ અને अवक△ = अकड△ (પે. ૩૪) માટે इअव△ = इडअ△ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૨ પ્રમેય—એક (अवकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણના કોઈ એક (ड) ખૂણાથી એક એવી (डफग) લીટી કાઢી, કે તેની એક (वक) બાજુને (फ આગળ) અને બીજીના વધારાને (ग આગળ) મળે તે બિંદુ અને સામસામેના બે ખૂણ બિંદુઓ (अफ तथा कगथी) સાંધ્યા તો તેથી થએલા (अवफ तथा कफग) બે ત્રિકોણ બરોબર થશે.

वड કર્ણલીટી કર એટલે कवड△ = कगड△ (પે. ૩૯). એ બંનેમાંથી સાધારણ कफड△ બાદ કીધો; તો कवड△ - कफड△

=फबड△ = कगड△-कफड△ = फकग△. અને फबड△ = अबफ△ (પે. ૩૭) માટે अबफ△ = कफग△ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૩ પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની એક (अड) બાજુમાં કોઇપણ (फ) બિંદુથી તેની સામેની (बक) બાજુના છેડાઓને સાંધવાથી તથા તેની બે (अक તથા बड) કર્ણ લીટીઓના (इ) છેદન બિંદુથી એક (बफकइ) આકૃતિ તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણનો ¼ થશે.

बकफ△ = अबक△ (પે. ૩૭) = ½ बड ચોખૂણ (પે. ૩૪). અને ½ अबक△ = बकइ△ (પે. ૩૮. કર્ણ લીટીઓ દૂભાગાય છે) માટે बकइ△ = ¼ बड ચોખૂણ ∴ बकफ△-बकइ△ = बफकइ આકૃતિ = ¼ बड ચોખૂણ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૪ પ્રમેય—એક (अबकड) સમાંતર બાજુ ચોખૂણના કોઇ (इ) બિંદુથી બે (अब, बक) બાજુઓને દોરેલી (सर તથા गह) સમાંતર લીટીઓના છેદન બિંદુને તે બે બાજુઓના સામસામેના છેડા તે બિંદુ સાથે (इअ તથા इक) સાંધોએ તો તેથી તે તરફના (अक) કર્ણ સાથે થએલા (अकइ) ત્રિકોણની બમણાઇ બરોબર બીજા છેડા તરફના તે બિંદુથી થએલા બે (डइ તથા बइ) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બાદબાકી બરોબર છે.

अक કર્ણ તથા सर સમાંતર લીટીના फ છેદન બિંદુથી मन સમાંતર લીટી દોર (પે. ૩૧). તો बफ = डफ ચોખૂણ (પે. ૪૩). ∴ बसइह = बसफम + मफइह = मफइह + फनडर. ∴ बसइह = इगडर + मफइह + फनगइ અને ½ मफइह = अफइ△ તથા ½ फनगइ = कफइ△ (પે. ૪૧) અને मफइह + फनगइ = मनगह

=बइ ચોખૂણ-इड ચોખૂણ ∴ बइ ચોખૂણ-इड ચોખૂણ= ૨ (अफइ△+ फकइ△) = ૨अकइ△ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૫ મું પ્રમેય—એક સમાંતર બાજુ ચોખૂણની (अक તથા बड) કર્ણ લીટીઓ એક બીજાને (इ બિંદુએ) છેદવાથી એક બાજુ સાથે થએલા (अबइ) ત્રિકોણમાં એક (प) બિંદુથી તેની બે સામસામેની બાજુ ઉપરના બે अपब તથા (कपड) ત્રિકોણની બાદબાકી તે બિંદુથી બે કર્ણ સાથેના થએલા (अपक અને बपड) ત્રિકોણના સરવાળા બરોબર છે.

अब=कड (પે.૩૪). ∠बअइ=∠डकइ તથા ∠अबड=∠कडइ (પે.૨૯.) ∴ अबइ△=कडइ△(પે.૨૬) અને कपड△=कडइ△+कपडइ આકૃતિ. અને अबप△=कडइ△-अइबप આકૃતિ ∴ कपड△-अबप△=कडइ△+कपडइ આકૃતિ-(कडइ△-अइबप આકૃતિ)=कपडइ આકૃતિ+अइबप આકૃતિ ∴ कपड△-अबप△=बपड△+अपक△ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૬ મું પ્રમેય—એક अबकड સમાંતર બાજુ ચોખૂણની अक કર્ણ લીટીની આસપાસના બે સમાંતર બાજુ ચોખૂણનું એક સાધારણ (फ) ખૂણ બિંદુ અને બીજી (बड) કર્ણ લીટીના છેડા સાંધવાથી જે (बफड) ત્રિકોણ થાય તેની બમણાઈ તે કર્ણની આસપાસના બે (अफ તથા फक) સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બાદબાકીની બરોબર છે.

बकफ△+अडफ△=$\frac{૧}{૨}$बड ચોખૂણ(મ.૧૨૭). તેમજ अबफ△+कडफ△=$\frac{૧}{૨}$बड ચોખૂણ અને अबड△=$\frac{૧}{૨}$बड ચોખૂણ(પે.૩૪) ∴ बकफ△-अबफ△=कडफ△-अडफ△ પણ कडफ△=

कफन△+फडन△=कफन△+रफड△ અને अफड=अफर△+रफड△ ∴ कडफ△-अडफ=कफन△-अफर△ હવે बकफ△=फकम△+बफम△ અને फकम△=कफन△ (પે.૩૪) અને बफ ચો.=फड ચો. પુરવણીઓ છે ∴ बकम△=फरड△ અર્ધ પણ બરોબર ∴ बकफ△=फकन△+रफड△ અને अबफ△=असफ△+सबफ△, પણ असफ△=अफर△ અને सबफ△=रफड (ઉ.પ્ર.) ∴ अबफ△=रफड△+अरफ△. ∴ बकफ△-अबफ△=कफन△+रफड△-रफड△-अरफ△=कफन△-अरफ△. बकफ△=बकप△+फबप=अबप△+फबप△ ∴ बकफ△-अबफ△=अबप△+बफप△अबफ△-પણ अबप△-अबफ△=फबप△ ∴ बकफ△-अबफ△=२ फबप△=बडफ△ बकफ△-अबफ=कफड△-अडफ△ પણ बफक△-अबफ△=कफन△-अफर△ ∴ बकफ△-अबफ△=बकड△=कफन△-अफर△ ∴ २ बफड△=२ कफन△-२ अफर△ પણ २ कफन△=कफ ચોખૂણ અને २ अफर△=अक ચોખૂણ ∴ २ बकड△=कफ ચોખૂણ-अफ ચોખૂણ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૭ મું પ્રમેય—ક્ષેત્રફળમાં બરાબર એવા સઘળા (अबकड, गइकह, हइकम) સમાંતર બાજુ ચોખૂણમાં (अबकड) ચોરસની પરિમિતી નહાનામાં નહાની છે.

गइह△માં∠इगह કાટખૂણો છે માટે ∠गहइ કરતાં તે મોટો છે (પે.૩૨) માટે गइથી इह મોટી છે (પે.૧૯) એજ પ્રમાણે हक કરતાં मक મોટી છે અને इक=गह=हम (પે.૩૪); માટે गइ+इक+कह+हगથી हइ+इक+कम+मह મોટી છે.

હવે अक ચોરસ=गक કાટખુણ ચોખૂણ છે માટે એ બંને

માંથી इह બાદ કરીએ તો फइ × अफ = फह × फग કાટખૂણા ચોખૂણ. પણ अड = अब = फइ ને अड નો अफ ભાગ છે માટે फइ કરતાં फह નહાની છે તો સ્પષ્ટ છે કે अफ કરતાં फग મોટી છે કારણ કે अइ = गह ચોખૂણ છે. (ઉ.પ્ર.) અને फग = हह; अफ = बइ (પે. ૩૪) માટે अब + बइ + इक + कह + हफ + अफ ચોરસની પરિમિતી કરતાં फइ + इक + कह + हह + हग + फग કાટખૂણા ચોખૂણની પરિમિતી વધારે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૮ મું પ્રમેય—જો કોઇ (अबकह) ચોરસની પરિમિતી (बइगफ) કાટખૂણ ચોખૂણની પરિમિતીની બરોબર છે તો ચોરસનું ક્ષેત્રફળ વધારે થશે.

अह તથા फगને વધાર તે ह આગળ મળશે. बह સાંધ તે कह તે न આગળ છેદશે. नथी बफ અથવા अहને स માંતર सनम દોર (પે.૩૧). अन = फन (પે. ૪૩). માટે फर કરતાં अर ચોખૂણ ઘણોજ મોટો છે માટે એ બે વિષમમા इक મળ્યો તો इफ કરતાં अक મોટો છે માટે इबफग કરતાં अबकह ચોરસ મોટો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨૯ મું પ્રમેય—કોઇ એક (अबक) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની પરિમિતી, તેના ક્ષેત્રફળ અને ઉંચાઇમાં બરોબર એવા (अहकइ) કાટખૂણ ચોખૂણની પરિમિતીથી વધારે છે.

अबक સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના अ ખૂણાને દુભાગનારી अह કર (પે.૯), તો તે बक પાયાને દુભાગશે તથા તેની ઉપર લંબ થશે (મ.૧૧). अथी बकને અને कथी अहને સમાંતર अइ તથા कइ દોર (પે.૩૧). તે इ આગળ મળશે. हइ = अबक△ છે (પે.૪૧). હવે कह = अइ (પે.૩૪) માટે बक = ह

क+अइ અને ∠ड કાટખૂણો છે. માટે अबथी अड નહાની છે (પે.૧૯) અને તેજ પ્રમાણે अकथी कइ નહાની છે માટે अब+अक+बक પરિમિતીથી अड+डक+कइ+इअ કાટખૂણ ચોખૂની પરિમિતી નાહાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૦ પ્રમેય જો કોઈ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિની એક अक કર્ણ લીટી તે ચોખૂણને દૂભાગે તો તે કર્ણ લીટી બીજી (बड) કર્ણને દૂભાગશે.

अक ઉપર बइ તથા डफ લંબ કર (પે. ૬૨) अबक△ =अडक△ (ઉપ.પ્ર) अक પાયો બંનેમાં સાધારણ છે તો ब इ = डफ (પે.૪૦) અને ∠बगइ =∠फगड (પે.૧૫) તથા ∠ब इग =∠डफग કાટખૂણા તે ∴ बग = गड (પે.૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૧ મું પ્રમેય—કોઈ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિના સામસામેના બે (अबक તથા अडक) ખૂણા બરાબર છે તો તેની સામસામેની (अब ને कड તથા अडને बक) બાજુઓ વધારવાથી તેઓ મળશે ત્યાં આગળ જે (अइड તથા अफब) ખૂણા થશે તે બરોબર થશે.

∠अइड+इअड = ∠अडक અને ∠अफब + ∠फअब = ∠ अबक (પે.૩૨) પણ ∠अडक = अबक છે માટે ∠अइड+∠इ अड = ∠अफब+∠फअब, પણ ∠इअड = ∠फअब (પે. ૧૫) માટે ∠अइड = ∠अफब એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૨ મું પ્રમેય—કોઈપણ એક (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિની ચારે બાજુઓનો સરવાળો બે अक તથા बड) કર્ણના સરવાળા કરતાં મોટો છે.

अड+अब કરતાં बड નાની છે (પે.૨૦), अब+बक કર તાં अक નાની છે, बक+कड કરતાં बड નાની છે, અને कड+अड કરતાં अक નાની છે માટે ૨अड+૨अब +૨बक+૨कड કરતાં ૨अक+૨बड નાનીછે ∴ अड+अब+बक+कड કરતાં अक+बड નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૩ પ્રમેય—કોઈપણ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિના બે કર્ણોના છેદન બિંદુ શિવાયના તેમાંના કોઈપણ એક (प) બિંદુથી તે ખૂણા સુધી દોરેલી ચાર લીટીઓનો સરવાળો બે કર્ણોના સરવાળા કરતાં વધારે થશે.

(अपक△માં अप+पक કરતાં अक નાની છે. बपड△મા बप+पड કરતાંबड નાની છે. (પે. ૨૦) ∴ अप+पक+बप+पड કરતાં अक+बड નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૪ પ્રમેય—કોઈપણ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિમાં (अड) મોટીની સામે (बक) નાની બાજુ હશે તો નાની બાજુ પાસેના બે ખૂણાના સરવાળા કરતાં મોટી બાજુ આગળના ખૂણાનો સરવાળો નાનો થશે.

अब તથા कडने વધાર તે इ બિંદુએ મળશે. बकइ △ ના ∠कबइ+∠बइक=∠बकड (પે. ૩૨). અને ∠बकइ +∠बइक=∠कबअ ∴ ∠कबइ+∠बकइ+૨∠बइक =∠बकड+∠कबड અને ∠कबइ+∠बकइ+∠बइक=બે કાટખૂણા છે (પે. ૩૨) ∴ ∠बकड+∠कबअ=બે કાટખૂણા +૨∠बइक ; અને इअड+∠इडअ તે બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે (પે. ૩૨) ∴ ∠इअड+∠इडअ કરતા∠बकड+∠कबअ વધારે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૫ કૃત્ય—કોઈપણ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિમાં એક સમાંતર બાજુ ચોખૂણ એવો કરવો કે તેના બે ખૂણ બિંદુ, તે ચોખૂણની બે સામસામેની (अब, कड) બાજુઓમાં બે આપેલાં (इ તથા फ) બિંદુએ થાય.

સાધન—इफ સાંધ, અને તેને ग આગળ દૂભાગ(પે.૧૦). गથી अड તથા बक વચ્ચે नगह એવી લીટી દોર કે તે ग આગળ દૂભાગાય. (મ.૩). इह, हफ, फन તથા न इ સાંધ એટલે તે કરવાનો સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે.

સિધ્ધતા—इनग તથા नफग△માં नग = गह, इग = गफ. (આ. ૨૫.) અને ∠इगन = ∠हगफ (પે. ૧૫) ∴∠इनग = ∠गहफ (પે. ૪)∴ इन તથા हफ સમાંતર (પે. ૨૭) એજ પ્રમાણે इह તથા फन સમાંતર છે માટે इहफन સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૬ કૃત્ય—જો કોઈ (अबकड) ચોખૂ આકૃતિની બે સામસામેની(अब, कड) બાજુઓ, કર્ણ લીટીઓ થાય એવા બે સમાંતર બાજુ ચોખૂણ કરીએ તો તે ચોખૂણો ની બાજી (हग, गन) કર્ણ લીટીઓ એક સીધી લીટીમાં અને બરોબર થશે.

સાધન—अब, क ड ને इ, फ બિંદુએ દૂભાગ. इ, फ સાંધ इ फ ને ग આગળ દૂભાગ.(પે. ૧૦). गइ અને गफ ને અનુક્રમે તેઓના જેટલી इह અને फन વધાર. अह, बह कन તથા डन સાંધ.

સિધ્ધતા—अइ = बइ; गइ = इह (આ. ૨૫.) અને∠अइह

=∠बइग (પે. ૧૫)માટે∠इअह=∠इबग; अह=बगમાટે अह તથા बग સમાંતર (પે.૪;૨૭)માટે बहતથા अग સમાંતર (પે.૩૩) એજ પ્રમાણે गड અને कन તથા गक અને डनસમાંતર માટે अब અને कड કર્ણ લીટી ઉપર गह અને गन સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે અને गइ=गफ માટે गह=गन એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૭મું કૃત્ય—કોઈ આપેલી (म,न,क्ष,य.) ચાર સીધી લીટીઓનો એક ચોખૂણ કરવાનું અને તે કરવાને શી-સરતો જોઈએ.

જો આપેલી ચાર લીટીઓમાની કોઈપણ ત્રણનો સરવાળો ચોથી કરતાં વતો હશે તોજ તે કૃત્યનું સાધન શક્ય થશે.

સાધન—એક सर લીટી લે. અને તેમાંથી म=सअ, न=अब, અને क्ष=बग રાખ (પે.૩) ब મધ્ય બિંદુ લઈને बग. અંતરે डलबગોળ કર, તથા अ મધ્ય બિંદુ લઈને अस અં-તરે सडप ગોળ કર, તે બંને ड બિંદુએ છેદાશે. ड મધ્ય બિં-દુ લઈને य=डकઅંતરે डकफ ગોળ કર તે डलब ને क આગળ છેદશે, अड,डकઅને कब સાંધ. એટલે કરવાનો अ-बकड ચોખૂણ થશે.

સિદ્ધતા—अस=अड=म,अब=न,बक=बग=क्ष. અને डक=म માટે આપેલી લીટીઓનો अबकड ચોખૂણછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩૮મું પ્રમેય—કોઈપણ(अबकड) ચોખૂણ આકૃતિની ચારે બાજુઓનાં (इ,फ, गह,) દુભાગ બિંદુઓને સાંધવાથી એક સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે; અને તે મૂળની ચો-

ખૂણ આકૃતિના અર્ધની બરોબર થશે.(ક્ષેત્રફળમાં.)

अबकड ચોખૂણમાં अक તથા बड કર્ણ લીટીઓ કર. अग તથા कह સાંધ. अकग△ = $\frac{1}{2}$अकड△ અને अकह△ = $\frac{1}{2}$अकड△(પે. ૩૮)માટે अकग△ = अकह△ માટે अक સાથે गह સમાંતર છે (પે. ૩૯) તથા $\frac{1}{4}$अकड△ = डहग△(મ. ૯૮) અને તેજ પ્રમાણે अक સાથે इफ સમાંતર છે. ∴ इफ તથા गह સમાંતર (પે. ૩૦) અને $\frac{1}{4}$अबक△ = बफइ△ છે. અને अबक△ + अकड△ = अबकड ∴ बफइ△+डहग△ = $\frac{1}{4}$अबकड અને તેજ પ્રમાણે इह તથા फग સમાંતર છે. ∴ इफगह સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે; અને अइह△ + फकग△ = $\frac{1}{4}$अबकड છે. ∴ अइह△+बइफ△+कफग△+डहग△ = अबकड આકૃતિનું અર્ધ છે. ∴ બાકીનો इफगह સમાંતર બાજુ ચોખૂણ = $\frac{1}{2}$अबकड ચોખૂણ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૯ કૃત્ય—કોઇપણ (अबकड ત્રાપિઝ્યમ) ચોખૂણ આકૃતિની એક(अक) કર્ણ ઉપર તેના બે સામેના ખૂણાથી દોરેલા (बफ તથા डइ) લંબ બરોબર છે તો તે ચોખૂણ આકૃતિમાં એક એવું(प) બિંદુ સોધી કાહાડવું કે તેબિંદુથી તેના ખૂણા સુધી લીટીઓ દોરવાથી તેના બરાબર ચાર ભાગથાય.

સાધન— अक કર્ણ લીટીને प આગળ દૂભાગ અને पड, पब સાંધ એટલે એ શોધવાનું બિંદુ થશે.

સિદ્ધતા—अकड તથા अबक ત્રિકોણમાં बफ = डइ(૬૫.પ્ર.) अक બેઉમાં સાધરણ છે. ∴ अबक△ = अडक△(પે.૩૮) અ

ને अप=पक છે માટે अबप△=पबक△(પે. ૩૮) અને તેજ પ્રમાણે अपड△=डपक△માટે अपड△=डपक△=बकप△ =अबप△ ∴ સોધવાનું બિંદુ प છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૦ પ્રમેય—એક (अबकड) ત્રાપિઝ્યમની બે (अड તથા बक)સમાંતર બાજુઓના (इ તથા फ) દૂભાગ બિંદુઓને સાંધવાથી તે ત્રાપિઝ્યમના બે બરોબર ભાગ થશે.

बफ તથા कफ સાધે बइ=इक તથા अफ=फड છે ∴ बइफ△=इकफ△ તથા अबफ△=फकड△ (પે. ૩૮) ∵ अबफ△+बइफ△=अबइफ=फकड△+इकफ△=कडफइ ∴ अबकड ત્રાપિઝ્યમ फइ લીટીથી દૂભાગાય છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૧ પ્રમેય—એક (अबकड) ચોખૂણઆકૃતિના બે કર્ણ લીટીઓથી થએલા ચાર ભાગમાંથી કોઇ (अबतथाकड.) બે સામસામેની બાજુ ઉપરના બે ત્રિકોણ(अबइ તથા कडइ) બરોબર હશે તો બીજી બે (अड તથા बक) સામસામેની બાજુઓ સમાંતર થશે.

अबइ△+अडइ△= अबड△=कडइ△+अडइ△=अकड△ અને એ બંને ત્રિકોણનો अड પાયો છે ∴ अडतथाबक સમાંતર છે (પે. ૩૯) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૨ પ્રમેય—એક (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિની બે (अडतथा बक) બાજુઓ સમાંતર છે પણ બરોબર નથી અને બીજી બે (अब તથા कड) બાજુઓ બરોબરછે. પણ સમાંતર નથી તો તે ચોખૂણ આકૃતિના બે સામેસામેના

ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખુણાની બરોબર છે, અને તેથી ઉલટું (એક તરફના બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં વતો અથવા ઓછો છે.)

अड તથા बक બે સમાંતરમાંની નાની अडના ड બિંદુથી अबને સમાંતર डइ દોર (પે. ૩૧) એટલે अबइड સમાંતર બાજુ ચોખૂણની अब = डइ તથા ∠बअड = ∠बइड (પે. ૩૪) અને अब = कड (ઉપ. પ્ર.) ∴ डइ = डक ∴ ∠डइक = ∠डकइ (પે. ૫) અને ∠बइड + ∠डइक = બે કાટખૂણા છે (પે. ૧૪) ∴ ∠बइड અથવા ∠बअड + ∠डइक અથવા ∠डकइ = બે કાટખૂણા છે અને એજ પ્રમાણે તે ચોખૂણ આકૃતિના ∠ब + ∠ड = બે કાટખૂણા છે વળી ∠अबक = ∠डइक (પે. ૨૯) = ∠डकइ અને ∠डइक + ∠डकइ તે બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે (પે. ૧૭) ∴ ∠अबक + ∠बकड તે બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે. અને ∠बकड + ∠अडइ = બે કાટખૂણા (પે. ૨૯) ∴ ∠बअड + ∠अडइ + ∠इडक = ∠बअड + ∠अडक તે બે કાટખૂણા કરતાં વધારે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૩ પ્રમેય—જો કોઇ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિની બે (अड તથા बक) બાજુઓ સમાંતર હોય, તેની બે કર્ણોના દુભાગ બિંદુને સાંધનારી (इफ) લીટીને વધારવાથી (अब તથા कड ને ग તથા ह બિંદુએ) બે બાજુઓને મળે તો તે (गह) લીટી, બે સમાંતર બાજુઓના સરવાળાના અર્ધ બ

બરોબર થશે. અને બે મધ્ય બિંદુને સાધનારી (इफ) તેઓ
ની બાજુઓના અર્ધની બરોબર થશે.

अड ને म આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦) अइ, डफ, मक,म
इ અને मफ સાધ,मइ અને मफ ને વધાર તે बक ને स
અને प આગળ મળશે. बक ને न આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦)
नइ અને नफ સાધ. તો अबड△=अकड△ (પે. ૩૭). ∵ ½
अबड△=अइड△તથા ½ अकड△=अफड△ (પે. ૩૮) ∴
अडइ△=अइफ△(૭ પ્રત્ય) ∴ इक તથા अड સમાંતર (પે.
૩૯) ∴ इफ તથા बक સમાંતર (પે. ૩૦), વળી अफम △=
कपम△અને अफम △= मडफ △(પે. ૩૪) ∴ कपफ△
=मडफ△ ∴ मप તથા डक સમાંતર (પે. ૩૯), અને એ
જ પ્રમાણે सम તથા अब સમાંતર તથા सइ અને फन પણ
એજ પ્રમાણે વિચાર કરવાથી સમાંતર થશે તો હવે अस,
कम તથા इन સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે ∴ अम=बस=गइ
मड=पक=फह, અને इफ=सन =(नप) (પે. ૩૪) ∴ ½
(अम+बस)=गइ,½(मड+पक)=फह અને ½सप=इफ માટે
½(अड+बक)=गह અને ½ (बक−अड)=इफ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૪ કૃત્ય—કોઈ એક (अबकड ત્રાપિઝ્યમ)ચો
ખૂણ આકૃતિને (૧) એના (अ) ખૂણ બિંદુથી લીટી દોરીને
(૨) તેની એક બાજુમાં આપેલા (ड) બિંદુથી લીટી દોરીને
દૂભાગવાનું,

સાધન—अबकड=अबइ△ કર (મ. ૧૦૬) અને बइ ને

अफथी द्वभाग (પે. ૧૦)ને फ બિંદુ बक માંન હોયતો फथी अब ને સમાંતર फग દોર (પે. ૩૧) તે बक ને ग આગળ મળશે. अग સાંધ. તો તે ચોખૂણુ આકૃતિના બે બરોબર ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—अबकड = अबइ△ અને $\frac{1}{2}$ अबइ△ = अबफ△ (પે. ૩૮). ∴ $\frac{1}{2}$अबकड = अबफ△ છે. અને अबफ△ = अबग△(પે. ૩૭). ∴ $\frac{1}{2}$अबकड = अबग△ ∴ अबकड આકૃતિના अग લીટીથી બે બરોબર ભાગ થયા એ સિદ્ધ.

(બીજી રીતે) સાધન—अक, बड કર્ણ લીટીઓ દોર. એમાંથી કોઈ પણ એક बड ને इ બિંદુએ દ્વભાગ (પે. ૧૦). इथी अकने સમાંતર फइग દોર; अग સાંધ. એટલે તે ચોખૂણુઆકૃતિને દ્વભાગશે. अइ તથા कइ સાંધ.

સિદ્ધતા—$\frac{1}{2}$ अबड△ = अबइ△ (પે. ૩૮) અને તેજ પ્રમાણે $\frac{1}{2}$ बकड △ = बकइ△ ∴ $\frac{1}{2}$अबइ △ + बकइ△ = $\frac{1}{2}$ अबकड છે. અને अइग △ = कइग△ (પે. ૩૭) ∴ कइग△ + अबगइ = अबग △ = कइग△ + अबगइ = अबइ△ + बकइ△ = $\frac{1}{2}$ अबकड ∴ अग લીટીથી તે આકૃતિ દ્વભાગાઈ એ સિદ્ધ.

(બીજો પ્રકાર) સાધન—अबकड આકૃતિની अड બાજુમાં इ બિંદુ આપેલું છે ત્યાંથી इब સાંધ इबकड ચોખૂણુ આકૃતિને પેહેલા પ્રકાર પ્રમાણે इथी इफ લીટી દોરીને દ્વભાગ इफ લીટી ઉપર अबइ△ = इफम△ કર (મ. ૧૦૬) मथी इफ સાથે मग સમાંતર દોર. (પે. ૩૧) इग સાંધ गफ

ને ह આગળ દૂભાગ (પે. ૧૦). इह સાંધ; તો इथी તે ચોખૂણ આકૃતિના બે બરોબર ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—$\frac{१}{२}$इबकड = इफकड છે અને બાકીના अबइ△ = इमफ△ = इफग△ (પે. ૩૭). અને $\frac{१}{२}$ इफग∠ = इहफ △ ∴ $\frac{१}{२}$ अबइ △ = $\frac{१}{२}$ इगफ △ = इहफ △ ∴ इहकड = $\frac{१}{२}$ अबकड છે એ સિધ.

મનોયત્ન ૧૪૫ કૃત્ય—કોઈપણ (अबकड) ચોરસ આકૃતિની એક (अड) બાજુમાં આપેલા (प) બિંદુથી તેના બરોબર ચાર ભાગ કરવાનું.

સાધન—कथी अप = कफ રાખ (પે. ૩). पफ સાંધ. प अबफ તથા पडकफને દૂભાગનારી पग તથા पइ લીટીઓ કર (મ. ૧૪૪). એટલે તે ચોરસના ચારે બરોબર ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—अप = कफ, पड = बफ, अब = कड અને पफ બેઉમાં સાધારણ છે ∴ अबफप = पडकफ અને આ બેબરોબર ચોખૂણ આકૃતિઓને દૂભાગેલી છે ∴ पअबग = पगफ = पफकइ = पइड એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૬ પ્રમેય—સમાંતર બાજુ ચોખૂણ સિવાય(अबकड) કોઇપણ ચોખૂણ આકૃતિમાંના એક બિંદુથીતેના ખૂણા સુધી લીટીઓ દોરીને ત્રિકોણથી બરોબર ચાર ભાગ થઈ શકતા નથી.

જો બની શકે તો ધાર કે તેના इ બિંદુથી ભાગ થઇ શકે છે તો इब, इअ, इड તથા इक સાંધ. હવે જો अइ તથા इक

અને बइ તથા इड એક સીધી લીટીમાં હશે તો તે ત્રિકોણો બરોબરછે માટે अक તથા बढ દર્ણે લીટીઓ એક બીજાને દૂભાગશે. માટે अबकढ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થશે પણ તે નથી.

જો તેઓ એક સીધી લીટીમાં નથી તો अइનેવધારઅને अइ=इफ રાખ (પે. ૩). कफ, बफ અને डफ સાધ. बफइ△ =अबइ△ (પે. ૩૮) =बकइ△(આ.૨૫.) ∴ब कइ△ = बफइ△ ∴ बइ તથા कफ સમાંતરછે (પે. ૩૯) અને તેજ પ્રમાણે कडइ△=फडइ△ ∴डइ તથા कफ સમાંતર; તો कफ સાથે बइ તથા इड બંને સમાંતર માટે તે એક સીધીલીટીએ હોવી જોઈએ. પણ તેમ નથી માટે એ પણ અશક્ય ∴તેનાકરી ચ્યાર ત્રિકોણ બરોબર થશે નહી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૭ પ્રમેય—જો એક (अबक) કાટખૂણત્રિકોણના બે (अ,ब) સાંકડા ખૂણામાંનો એક (अ) બીજા (ब) કરતાં બમણો હોય તો કાટખૂણો કરનારી લીટીઓમાંની (बक) મોટીનો વર્ગ, (अक) નાનીના વર્ગની ત્રમણાઈ બરોબર છે.

अबक ત્રિકોણની अबના ब છેડાથી ∠अ =∠अबड રાખ (પે. ૨૩) ∠अ+∠क =∠अबक (પે. ૩૨) ∴ ∠अबक—∠अ (=अबड)-∠कबड =∠क ∴∠अडब =∠अबड ∴अबड△સમબાજુ છે. (પે. ૬) ∴ अब =अड અને ∠कबड =क ∴बड = कड (પે. ૬) ∴ २ अब =अक ∴ $अब^2 + बक^2 = अक^2$ (પે.૪૭)

પણ આખી લીટીના વર્ગ = અરધી લીટીના વર્ગની ચોગણાઈછે ∴ $अब^2 + बक^2 = ४ अब^2$ ∴ $बक^2 = ३ अब^2$ એ સિદ્ધ.

સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪૮ કૃત્ય—એક આપેલી (बक) લીટી ઉ-પર (अबक) કાટખૂણ ત્રિકોણ એવો કરવો કે આપેલી લીટીના વર્ગની સાત ગણાઈ બરોબર બીજી अब બાજુનો વર્ગ થાય.

સાધન—बकના વર્ગની સાત ગણાઈ બરોબર सનો વર્ગ થાય એવી એક स લીટી (પે. ૪૭ ની સાહ્યતાથી) શોધી કહાડ. बक ઉપર बથી લંબ કર (પે. ૧૨). स = बअ કાપ (પે. ૩). અને अ તથા क સાંધ એટલે કરવાનો △ થશે.

સિદ્ધતા—$७बक^2 = स^2 = अब^2 \therefore ७बक^2 = अब^2$ ને એવો अबक△ છે એ સિદ્ધ.

ટીકા—કોઈ આપેલી बक ઉપર बથી बक = बअ લંબ કર અને अक સાંધ. તો $२ बक^2 = अक^2$ અને अक પર अથી बक = अड લંબ કરીને कड સાંધ તો $अक^2 + अड^2 = कड^2$ અથવા $३ बक^2 = कड^2$ એજ પ્રમાણે દરેક વખતે बक નો ટલોલંબ કરી આકૃતિ રચના કરવાથી बकના વર્ગની ગોગણા ઈ, પાંચગણા વિગેરે વર્ગ થાય એવી જોઈતી બાજુ વિદ્યાર્થી આ સેહેલથી ગોળી કહાડશે.

મનોયત્ન ૧૪૯ પ્રમેય—જો કોઈ પાળ (अबक) ત્રિ-કોણના (अ) શિરો બિંદુથી (बक) પાયાપર, અથવા તેના વધારા પર (अड)લંબ દોર્યો તો તે બે બાજુઓના($अब^2 - अक^2$) વર્ગના બાદબાકી પાયાના બે ખંડોના વરગોનીબાદબાકી($बड^2 - कड^2$) બરોબર છે. (પાયાના બે છેડાથી લંબ સુધીનું અંતર તે

ने खंड कहेछे.

अबड काटखूण△छे माटे $अब^2 = बड^2 + अड^2$ (पे.४७) तेम ज अकड△मां $अक^2 = कड^2 + अड^2$; एउनी बादबाकी करीतो $अब^2 - अक^2 = बड^2 - कड^2$ ए सिद्ध.

मनोयत्न १५० मुं प्रमेय—जो एक (अबक) काटखूण त्रिकोणनी कोईपण (बक) बाजुना (ड) मध्य बिंदुथी कर्ण उपर (डइ) लंब करीए; तो कर्णना बे खंडोना वर्गनी ($अइ^2 - कइ^2$) बादबाकी, त्रीजी बाजुना वर्ग बरोबर छे.

अड सांध तो अकड△मां $अड^2 - कड^2 = अइ^2 - कइ^2$ (म.१४९) पण $अड^2 - कड^2$ ($= बड^2$) $= अब^2$ (पे.४७) ∴ $अब^2 = अइ^2 - कइ^2$ ए सिद्ध.

मनोयत्न १५१ मुं प्रमेय—जो कोई (अबक) काटखूण त्रिकोणना एक (अ) सांकडा खूणाथी तेनी सामनी (बक)ना दूभाग बिंदु सुधी (अड) लीटी कीधी तो ते (अड)नो वर्ग (अक) कर्णना वर्ग करतां दूभागाएलीना अर्धना वर्गनी त्रमणाई जेटलो ओछो छे.

$बक^2 = ४बड^2$ छे, $अक^2 = अब^2 + बक^2 = अब^2 + ४बड^2$ (पे.४७) अने $अड^2 = अब^2 + बड^2$ (पे.४७) ∴ $अक^2 - अड^2 = ३बड^2$ ∴ $अड^2 = अक^2 - ३बड^2$ ए सिद्ध.

मनोयत्न १५२ प्रमेय—जो कोई (अबक) त्रिकोणनी त्रणे बाजुओना वर्गोनो सरवाळो माथाना (अ) खूणाथी पायाना

(ड) દૂભાગ બિંદુને સાંધનારી (अड) લીટીના વર્ગથી આઠ ગણાઈ બરોબર છે તો તે કાટખૂણ ત્રિકોણ થશે.

જો ∠बअक કાટખૂણો છે તો अड = बड = कड થવી જોઈએ (મ. ૩૨). પણ જો તે કાટખૂણો નથી: તો डब તથા डक વધાર અને अड = डफ = डइ રાખ (પે. ૩) તો ∠इअफ કાટખૂણો છે (મ. ૩૨) ∴ $अइ^{2}+अफ^{2}=इफ^{2}$ (પે. ૪૭) અને $इफ^{2}=४इड^{2}=४अड^{2}$ ∴ $अइ^{2}+अफ^{2}+इफ^{2}=८अड^{2}$ પણ $८अड^{2}=अब^{2}+अक^{2}+बक^{2}$ આપેલો છે ∴ એ અશક્ય છે માટે ∠इअफ કાટખૂણો નથી પણ ∠बअक કાટખૂણો છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૩ પ્રમેય.—જો (अबक) કાટખૂણ ત્રિકોણના (बक) કર્ણને સમાંતર (डइ) લીટી હોય; તો તે તથા કર્ણના વર્ગનો સરવાળો કર્ણના છેડાથી સમાંતર લીટીના સામસામેના છેડાને સાંધનારી (बइ તથા कड) લીટીઓના વર્ગોના સરવાળા બરોબર થશે.

अबइ△માં $अब^{2}+अइ^{2}=बइ^{2}$ (પે. ૪૭) અને अडक△ માં $अड^{2}+अक^{2}=कड^{2}$ સરવાળો કર્યા. તો $बइ^{2}+कड^{2}=अब^{2}+अइ^{2}+अड^{2}+अक^{2}$ પણ $अब^{2}+अक^{2}=बक^{2}$ અને $अड^{2}+अइ^{2}=डइ^{2}$ છે ∴ $बइ^{2}+कड^{2}=बक^{2}+डइ^{2}$ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૪ પ્રમેય—જો એક (अब) સાધારણ કર્ણ લીટી ઉપર (अबक તથા अबड) બે કાટખૂણ ત્રિકોણના બે કાટખૂણાને સાંધનારી (कड) લીટી ઉપર કર્ણના બે છેડાથી (अइ,

इफ) लंबो दोर्या, तो ते काटखूणाथी ते लंबो सुधीना अंतरना वर्गोनो ($कइ^2 + कफ^2 = डइ^2 + डफ^2$) सरवाळो बरोबर थशे.

$अइ^2 + कइ^2 = अक^2$ तथा $बक^2 + कफ^2 = बफ^2$ (पे.४७)

$\therefore अक^2 + बक^2 = अइ^2 + कइ^2 + बफ^2 + कफ^2 = अब^2$ ने वळी $अब^2 = अइ^2 + डइ^2 + बफ^2 + डफ^2 \therefore अइ^2 + कइ^2 + बफ^2 + कफ = अइ^2 + डइ^2 + बफ^2 + डफ^2 \therefore कइ^2 + कफ^2 = डइ^2 + डफ^2$ ए सिद्ध.

મનોયત્ન ૧૫૫ પ્રમેય—જો (अबक) त्रिकोणना त्रणे खूणाथी तेनी सामेनी बाजु उपर लंब दोरया तेओ जो (ग) बिंदुए छेदशे, त्यांथी (बक) पायाना छेडा सुधीना ($बग^2 - कग^2$) अंतरना वर्गोनी बादबाकी ए बाजुओना ($अब^2 - बक^2$) वर्गोनी बादबाकी बरोबर छे.

अबक$\triangle$मां $अब^2 - अक^2 = बड^2 - कड^2$ अने बकग$\triangle$ मां $बग^2 - कग^2 = बड^2 - कड^2$ (म.१४९) $\therefore अब^2 - अक^2 = बग^2 - कग^2$ ए सिद्ध.

મનોયત્ન ૧૫૬ પ્રમેય—જો (अबक) त्रिकोणनो एक (अ) खूणो काटखूणो हशे, तो तेनी बे बाजुओने दुभागीने तेनी सामेना खूणा साधनारी (बइ तथा कफ) लीटीओना वर्गोना सरवाळानो चोगणो, (बक) कर्णना वर्गनी पांचगणो बरोबर थशे.

अब² + अइ² = बइ², અને अक² + अफ² = कफ² (પે. ૪૭) ∴ बइ² + कफ² = अब² + अइ² + अक² + अफ² પણ अब² + अक² = बक² ∴ बइ² + कफ² = बक² + अइ² + अफ² ∴ આને ચારે ગુણ્યા તો ૪बइ² + ૪कफ² = ૪बक² + ૪अइ² + ૪अफ², પણ ૪अइ² = अक² અને ૪अक² = अब² છે. ∴ ૪बइ² + ૪कफ² = ૪बक² + अक² + अब² = ૫बक² એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૭ પ્રમેય—જો (अबक) એક સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના પાયાના (क) છેડાથી સામેની બાજુ ઉપર (कड) લંબ કર્યો, તો પાયા તરફના તે બાજુના (अड) ખંડનો વર્ગ તથા બીજા (बड) ખંડના વર્ગની બમણાઈમાં તે (कड) લંબના વર્ગની ત્રમણાઈ મેળવીએ તો તે ત્રિકોણની ત્રણે (अब, अक તથા बक બાજુઓના વર્ગોના સરવાળા બરોબર છે.

बडक△માં बक² = बड² + कड² (પે.૪૭) અને बक = अब છે ∴ अब² = बड² + कड², बक² + अब² = २बड² + २कड² અને अकड△માં अक² = अड² + कड² ∴ अब² + बक² + अक² = अड² + २बड² + ३कड² એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫૮ પ્રમેય—કોઈ (अबकड રામ્બસ) [illegible] આકૃતિની ચારે બાજુના વર્ગોનો સરવાળો તેના બે (अक² તથા बड²) કર્ણના વર્ગોના સરવાળા બરોબર છે.

∠अबइ = ∠इडक, ∠बअइ = ∠इकड (પે.૨૯) અને अब = कड ∴ अइ = इक અને बइ = इड (પે. ૨૬). વળી अबइ તથા અ

डइ△માં अब = अड, बइ = इड (ઉ. પ્ર.) અને अइ સાધારણ ∴ ∠अइब = ∠अइड (પે. ૮) ∴ ∠अइब કાટખૂણો (વ્યા. ૧૦) અને તેજ પ્રમાણે इ આગળના સઘળા ખૂણા કાટખૂણાછે. ∴ $अब^2 = अइ^2 + बइ^2$ અને લેકિઝની સઘળી બાજુઓ બરોબરછે માટે $अब^2 + बक^2 + कड^2 + अड^2 = ४अब^2 = ४अइ^2 + ४बइ^2$ પણ $४अइ^2 = अक^2$ અને, $बइ^2 = बड^2$ ∴ $अब^2 + बक^2 + कड^2 + अड^2 = अक^2 + बड^2$ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫ઃ પ્રમેય—એક (अबकड) ચોરસમાંકોઇ (इ) બિંદુથી તેના ખૂણા સુધી (इअ, इब, इक, इड) લીટીઓ દોરી અને તેની બાજુઓ ઉપર (इग, इफ, इल, અને इह) લંબ દોર્યા; તો પેહેલી ચાર લીટીઓના વર્ગોનો સરવાળો બીજી ચારના વરગોના સરવાળા કરતાં ($अइ^2 + बइ^2 + कइ^2 + डइ^2 = २(गइ^2 + फइ^2 + लइ^2 + हइ^2)$) બમણો થશે; અને વળિ તેવા સરવાળા ચોરસના મધ્ય બિંદુએ ઓછામાં ઓછા થશે.

अक તથા बड બે કરણો દોર, તો ચોરસના બે કરણો બરોબરછે અને તે એક બીજાને દુભાગેછે. હવે $बइ^2 = इल^2 + बल^2$ $कइ^2 = इल^2 + कल^2$, $डइ^2 = गइ^2 + डग^2$, $अइ^2 = गइ^2 + अग^2$, (પે. ૪૭) ∴ સરવાળો કરયો, તો $बइ^2 + कइ^2 + डइ^2 + अइ^2 = २इल^2 + २गइ^2 + बल^2 + कल^2 + डग^2 + अग^2$ પણ बल = अग = इफ અને कल = डग = इह (પે; ૩૪) ∴ $बल^2 + अग^2 = २इफ^2$ અને $कल^2 + डग^2 = २इह^2$ ∴ $बइ^2 + कइ^2 + डइ^2$

+अइ^2 = २ इल^2+२ गइ^2+२ इफ^2+२ हइ^2 એ સિદ્ધ.

હવે જો इના બદલામાં (બે કરણોનું છેદન બિંદુ ચોરસનું મધ્ય બિંદુ છે તે) म બિંદુ લીધું, તો मથી દરેક બાજુ ઉપર मन, मस, मव અને मर લંબ દોર્યા તો मन^2+मस^2+मव+मर^2 કરતાં इल^2+इह^2+इग^2+इफ^2 વધારે થશે.° बप સાંધ. मથી દરેક બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ બરોબર છે. અને તે દરેક ચોરસની બાજુના અર્ધની બરોબર છે. मन^2+बन^2 =बम^2 અને ∠बमप કાટખૂણો છે. ∴ बप કરતા बम નાનીછે. ∴ बप^2 કરતા बम^2 નાનો છે અને बप^2 = पफ^2+बफ^2, પણ ∠फअप = ∠अकब (પે. ૫) અને ∠अकब = ∠अपफ (પે ૨૯). ∴ ∠फअप = ∠अपफ ∴ अफ = पफ (પે. ૬) અને अफ = गइ (પે. ૩૪). ∴ पफ = गइ ∴ बप^2 = इल^2 (= बफ^2)+गइ^2 ∴ मन^2+बन^2 કરતાં इल^2+गइ^2 વધારે અથવા इल^2+गइ^2 કરતાં मन^2+मव^2 નાનો છે અને એજ પ્રમાણે इह^2+इफ^2 કરતાં मस^2+मर^2 નાનો છે. ∴ इल^2+गइ^2+इह^2+इफ^2 કરતાં मन^2+मस^2+मव^2+मर નાનો છે. ∴ એજ પ્રમાણે મધ્ય બિંદુ આગળથી દોરેલી લીટીઓના વર્ગોનો સરવાળો હમેશ બીજા કોઈ પણ બિંદુથી દોરેલી લીટીઓના વર્ગોના સરવાળા કરતાં નાનો થશે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૬૦ પ્રમેય—પહેલા સ્કંધની ૪૭ પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં—

(अ)—अब તથા अक ઉપરના ચોરસોમા फअ,अम કર્ણોની એક સીધી લીટી થશે.

(ब)—જો फड,मइ સાંધીએ તો बडफ તથા कइम બંને ત્રિકોણના પાયા આગળના ચારે ખુણાનું માપ એક કાટખુણા બરોબર છે.

(क)—જો बग અને कह સાંધીએ તો તેઓ સમાંતર થશે.

(ड)—જો फ અને म થી बक ના વધારા ઉપર फन, मप લંબ દોર્યા; તો તે બેનો સરવાળો बक બરોબર થશે; અને बक ના વધારેલા બંને ભાગ બરોબર થશે.

(इ)—જો गह,मइ,फड સાંધીએ તો જે ત્રણ ત્રિકોણ થશે તે अबक ત્રિકોણની બરોબર થશે.

(फ)—गह,मइ તથા फड ના વરગોનો સરવાળો बक ના વર્ગ ના છ ગણો છે.

(ग)—अब અને अक ના વરગોની બાદબાકી अड તથા अइ ના વરગોની બાદબાકી બરોબર છે.

(अ)—∠फअब+∠मअक = એક કાટખુણો છે. કારણ કે તે દરેક અરધો કાટખુણો છે.(ચોરસની કર્ણ લીટી તેના ખુણાને દુભાગે છે) અને ∠बअक કાટખુણો છે. ∴ ∠फअक+∠मअक = બે કાટખુણા છે. ∴ फम અખંડ સીધી લીટી છે (પે.૧૪) એ સિદ્ધ.

(ब)—∠अबफ+∠कबड = બે કાટખુણા, કારણ કે તે દરેક કાટખુણો છે. અને ब આગળના સઘળા ખુણાનું માપ ચાર કાટખુણા બરોબર છે (પે. ૧૩) માટે બાકીના ∠फबड+∠अबक = બે કાટખુણા છે, અને ∠फबड+∠बफड+∠बडफ = ૨ કાટ

ખુણાછે (પે.૩૨) માટે ∠अबक = ∠बफड + ∠बडफ અને એ જ પ્રમાણે ∠अकब = ∠कमइ + ∠कइम થશે. અને अबक△ના ∠अबक + ∠अकब = એક કાટખૂણોછે (પે. ૩૨).∴∠बफड + ∠बडफ + ∠कमइ + ∠कइम = એક કાટખૂણોછે એ સિદ્ધ.

(क)—∠बगक = ∠गकह; કારણ તે અરધા કાટખૂણા બરોબરછે માટે बग તથા कह સમાંતર (પે. ૨૭) એ સિદ્ધ.

(ड)—बड ને સમાંતર अल છે માટે ર આગળનો દરેક ખૂણો કાટખૂણો માટે अबर તથા बनफ△માં बफ = अब, ∠बनफ = ∠बरअ અને ∠अकब = ∠कबस (પે. ૨૯) = ∠फबन (પે. ૧૫).∴बफन = ∠अबर ∴बन = अर અને फन = बर (પે. ૨૬) અને તેજ પ્રમાણે कपम તથા अरक △એક રૂપ, માટે कप = अर અને मप = कर માટે बन = कप અને फन + मप = बर + कर = बक એ સિદ્ધ.

(इ)—अबक તથા गअह △માં अब = अग, अक = अह અને ∠बअक = ∠गअह (પે. ૧૫) માટે अबक△ = गअह△ (પે. ૪) હવે बफ તથા कम ને વધારી અને તેની ઉપર ड તથા इ થી डस તથા इट લંબ કર્યાં (પે. ૧૨) તો अबक તથા बडस △મા बड = बअ, ∠बसड = ∠बअक અને ∠डबस + ∠कबस = ∠अबक + ∠कबस કારણ કાટખૂણા છે માટે ∠डबस = ∠अबक માટે अबक△ = डबस△ એકરૂપ (પે. ૨૬) માટે बस = अब = बफ માટે डबफ△ = डबस△ (પે. ૩૮) પણ डबस△ = अबक△ (ઉ. પ્ર.) માટે डबफ△ = अबक△; અને એજ પ્રમાણે अबक△ = कइम△ માટે अबक△ = कइम△ = डबफ△ = गअह△ એ સિદ્ધ.

(फ)—अबक તથા गअह△ એકરૂપ છે(૫મો ૬મા પ્રકાર) તેથી गह^{૨} = बक^{૨} અને बसड△ = अबक△ = कटइ△ છે માટે अब = बस = टइ અને अक = डस = कट છે તેમજ बफ = बस તથા कम = कट છે માટે सफ^{૨} = ૪बस^{૨} = ૪अब^{૨} તથા टम^{૨} = ૪कट^{૨} = ૪अक^{૨} છે અને फड^{૨} = सफ^{૨} + डस^{૨} (પે. ૪૭) તેમજ इम^{૨} = टम^{૨} + इट^{૨} અથવા फड^{૨} = ૪अब^{૨} + अक^{૨} અને इम^{૨} = ૪अक^{૨} + अब^{૨} માટે फड^{૨} + इम^{૨} = ૫अब^{૨} + ૫अक^{૨} = ૫बक^{૨} અને गह^{૨} = बक^{૨} છે માટે फड^{૨} + इम^{૨} + गह^{૨} = ૬ बक^{૨} એ સિદ્ધ.

(ग)—अबक△માં अर, પાયા ઉપર લંબ છે, માટે अब^{૨} - अक^{૨} = बर^{૨} - रक^{૨} (મ. ૧૪૯) તેમજ अडइ△માં अल લંબ છે માટે अड^{૨} - अइ^{૨} = डल^{૨} - लइ^{૨} પણ बर = डल તથા रक = लइ છે (પે. ૩૪); માટે अब^{૨} - अक^{૨} = अड^{૨} - अइ^{૨} એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૬૧ પ્રમેય — જો એક (अबक) ત્રિકોણની બે (अब, अक) બાજુઓ ઉપર (बफ, कड) બે સમાંતર બાજુ ચોખૂણ કરીએ તેઓનો સરવાળો; ત્રિજી (बक) બાજુ ઉપર તે તથા ત્રિકોણની બે બાજુઓને દોરેલી (गफ, इड) સમાંતર લીટીઓ વધારવાથી જે (प) બિંદુએ મળે, તે અને ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ એઓને સાંધનારી (अप) લીટી જેટલી બાજુથી જે (बम) સમાંતર બાજુ ચોખૂણ થાય તેની બરોબર થશે.

(આ પ્રતિજ્ઞાની સિદ્ધતા પહેલા સ્કંધની કલમ ૨૧૩ માં લ

બીછે તો પણ સ્પષ્ટ નિચે દાખલ કીધોછે.

अप ને વધાર તે बक ને ल આગળ મળશે. ब તથા कथा पलને સમાંતર बह તથા कम દોર (પે. ३१) તે गफ તથા इड ને ह તથા म આગળ મળે ત્યાંસુધી રાખ તો अबहप તથા अकमप સમાંતરબાજુચોખુણથશે. ∴ अबगफ = अबहप (પે. ३५) તેઓનો अब એકજ પાયો છે તેમજ अक પાયા ઉપરના अक इड = अकमप. વળી अप = बह = कम (પે. ३४) માટે कब = हम અને સમાંતર (પે. ३३) માટે अबहप = अहबल તેઓ बह પાયા ઉપર છે તેજ પ્રમાણે अकमप = अलकम તેઓ कम પાયા ઉપર છે ∴ अबगफ + अकइड = अहबल + अलकम = हबकम એમ સિદ્ધ.

મનોયત્ન १६२ પ્રમેય—જો કોઈપણ એક (अबक) ત્રિકોણનો એક (अ) ખૂણો કાટખૂણો અને બીજો (क) કાટખૂણાનો બે તૃતિઆંશ હોય તો બે બાજુઓ ઉપરના સમબાજુ ત્રિકોણનો સરવાળો, કર્ણ ઉપરના સમબાજુ ત્રિકોણની બરોબર થશે.

कड તથા अफ સાંધ, फ તથા अथा बक ઉપર अन તથા कम લંબ કર (પે.१२). फन તથા अम સાંધ. डथा अब ઉપર डग લંબ કર. गम તથા गक સાંધ. તો बकड તથા बअफ △માં बक = बफ, बड = अब અને ∠अबक = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો અને ∠अबड તથા ∠कबफ = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો, માટે ∠अबड + ∠अबक = ∠कबड = ∠कबफ + ∠अबक = ∠अबफ એ દરેક કાટખૂણાછે ∴ कबड△ = अबफ△ એક ३५ (પે.४) અને अब ઉપર बर्क ?

યા अक લંબ છે માટે તેઓ સમાંતર છે (પે.૨૮) ∴ अबफ△
= कबफ△ (પે.૩૭) તે બંનેમાંથી बहफ△ બાદ કર્યા, તો બાકી
अबह△ = कफह△ અને बक ઉપર अन તથા फग લંબ દોર્યા
છે માટે તેઓ સમાંતર છે ∴ अमफ△ = नमफ (પે.૩૭). એ
બેમાંથી हमफ બાદ કીધો તો બાકી अमह△ = नहफ△ તો अ
बह△-अमह△ = अबम△ = कफह△-हनफ△ = कनफ△; અ
ને बकफ તથા अबड સમબાજુ△માં बक તથા अब પાયા ઉ-
પર फ તથા ड થી લંબ દોર્યા છે, માટે તેઓ म તથા ग બિંદુએ
તેમને દુભાગશે ∴ अबम△ = अगक△ = ૧/૨ अबक△ છે (પે.૩૮)
∴ कनफ△ = ૧/૨ अबक△ ∴ बकफ△-कनफ△ = बनफ△ =
कबड△-कगब△ = डबस△+सगक△; પણ बक તથા अब,
म તથા ग બિંદુએ દુભાગાય છે ∴ गम તથા अक સમાંતર છે
અને ग આગળના ખૂણા કાટખૂણા છે, માટે डग તથા गम
એક સીધી લીટી છે (પે.૧૪) ∴ अगक△ = अडक△ (પે.
૩૭). તે બંનેમાંથી असक△ બાદ કીધો તો सगक△ = अडस
△ ∴ डबस△+सगक△ = डबस△+अडस△ = अडब△ ∴
बनफ△ = अडब△

હવે अबक કાટખૂણ ત્રિકોણ છે અને अम પાયાના મધ્ય સુધી દોરેલી છે તો अम = कम છે. (મ. ૩૨) અને ∠अकब
= ૨/૩ કાટખૂણો આપેલો છે, તો ∠कअम = ૨/૪ કાટખૂણો (પે. ૫)
અને તેથી બાકીનો ∠अमक = ૨/૩ કાટખૂણો રહેશે (પે. ૩૨) ∴
अमक△ સમબાજુ છે (પે. ૬). તેમજ अक ઉપર अकइ
△ સમબાજુ કરેલો છે, માટે अकइ△ = अमक△ (પે. ૮). અને
अमक△ = कनफ△ = ૧/૨ अबक△ છે ∴ अकइ△ = कनफ△ ∴
अबड△+अकइ△ = बनफ△+कनफ△ = बकफ△ એ સિદ્ધ.

પૂરવણી.

મનોયત્ન ૧ પ્રમેય—જો બે (कडइ તથા कडफ) ગોળ એક બાજુને છેદે; તો તેમાંના છેદન બિંદુને સાંધનારી (कड) લીટી બે મધ્ય બિંદુને સાંધનારી (अब) લીટી ઉપર લંબ છે.

अबक તથા अबड △માં अक = अड, बक = बड (વ્યા. ૧૫). અને अब સાધારણ ∴ ∠बअक = ∠बअड (પે. ૮) અને अडन, अकन △માં अक = अड, ∠नअक = ∠नअड (ઉ. પ્ર.) અને अन સાધારણ ∴ ∠अनक = ∠अनड (પે. ૪) ∴ कड ઉપર अन લંબ છે (વ્યા. ૧૦) ∴ अब ઉપર कड લંબ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨ પ્રમેય—(૧) એક આપેલા (क) બિંદુથી આપેલી (अब) લીટી ઉપર દોરેલી (कड) લંબ લીટી બીજી સઘળી કરતાં નાહાની થશે; (૨) અને લંબ પાસેની (कइ) લીટી તેનાથી દૂરની (कफ) કરતાં નાહાની થશે; (૩) અને તે બિંદુથી ફક્ત બેજ (कग અને कइ) બરોબર લીટીઓ દોરાશે; અને તે બરોબર લીટીઓમાંની દરેક નાહાનામાં નાહાની વિરૂદ્ધ બાજુએ થશે.

(૧) ∠कडइ કાટખૂણો છે તથા ∠कइड સાંકડો (પે. ૩૨) માટે कइथी कड નાહાની છે (પે. ૧૯). તેમજ कफथी પણ નાહાની છે.

(૨) ∠कडइथी ∠कइफ મોટો છે. (પે. ૧૬) માટે તે પહોળ ખૂણો છે માટે ∠ कफइ સાંકડો છે ∴ कफथी कइ નાહાની છે એમજ પ્રમાણે કોઈ પણ લંબથી દૂરની લીટી પાસેની લીટી કરતાં મોટી છે.

(૩) ધારો કે क થી બે કરતાં વધારે कग = कइ = कफ

છે તો कथी कड લંબકર. (પે. ૧૨) તો कफथी कइ નાહાનીછે (ઉ. પ્ર) એ અશક્ય, માટે બે કરતાં વધારે બરોબર થઇ શકતી નથી. અને પ્રત્યક્ષછે કે એજ પ્રમાણે લંબની એકજ તરફની બે લીટીઓ બરોબર થશે નહી એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩ કૃત્ય—આપેલાં બે બિંદુમાં થઇને જાય એવો એક ગોળ દોરવો, કે જેનું મધ્ય બિંદુ એક આપેલી લીટીમાં થાય.

સિદ્ધતા—મનોયત્ન ૨૩ પ્રમાણે કરવાથી થશે.

મનોયત્ન ૪ કૃત્ય—એક (अबकड)ચોરસ એવો કરવો કે એક આપેલી (बड) લીટી તેની કર્ણ થાય.

સાધન—આપેલી (बड) ને इ બિંદુએ દુભાગ (પે.૧૦) इ થી बड ઉપર इअ લંબ કર (પે.૧૧). इथी इब = इअ રાખ (પે. ૩). अथी ब તથા ड સાધ, अड તથા अबने ब તથા ड થી बक તથા डक સમાંતર દોર (પે. ૩૧) એટલે કરવાનો अबकड ચોરસ થશે.

સિદ્ધતા—अबइ, अडइ△મા बइ = इड ∠अइब = ∠अइड (આ. ૨૫.) अइ સાધારણ ∴ अब = अड (પે.૪). અનેइब = इअ = इड માટે ∠बअड = કાટખૂણો.(મ. ૩૨) તેમજ अब = कड, अड = बक, ∠बकड = ∠बअड = કાટખૂણોતથા ∠अबक = ∠अडक = કાટખુણો (પે.૩૪) માટે अब = अड = कड = बक ∴ अबकड ચોરસછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૫ પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણમાં એક(अ) ખૂણો કાટખુણોછે, તેની એક (अब) બાજુમાં(ड)બિંદુ લે અને

તેના સામેનું (क) ખૂણ બિંદુ સાંધનારી (डक) લીટીમાંથી બીજી (अक) જેટલી(डइ) રાખતાં બાકીની (कइ) ના (फ) દૂભાગ બિંદુથી બીજા (ब) ખૂણાને સાંધનારી (बफ), તથા તે મધ્ય બિંદુથી બાજુમાંના લીધેલા બિંદુ સુધીની (डफ) નો સરવાળો, તે ત્રિકોણની બીજી બે (कअ અને कब) બાજુઓના સરવાળા કરતાં વત્તો થશે.

बफ+कफथी बक નાની છે (પે. ૨૦). એ બંનેમાં अक=डइ મેળવી, તો बफ+कड+डइथी बक+अक નાની ∵ बफ+डफथी बक+अक નાની છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૬ પ્રમેય—કોઈપણ (अबक) ત્રિકોણની બે (अब તથા अक) બાજુઓની બાદબાકી ત્રીજી (बक) કરતાં નાની છે.

ધાર કે अक કરતાં अब મોટી છે, તો अबમાંથી अक=अड રાખ (પે. ૩). कड સાંધ. ∠बकडथी∠अडक મોટો(પે. ૧૬). અને ∠अडक=∠अकड (પે. ૫).∴∠बकड થી ∠अकड મોટો અને ∠अकडथी ∠कडब મોટો. (પે. ૧૬) ∴∠बकडथी ∠कडब ઘણો મોટો ∴ अब—अक=बडथी बक મોટી (પે. ૧૯) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૭ પ્રમેય—કોઈપણ (अबक) ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાને દૂભાગનારી લીટીઓ એક (ड) બિંદુએ મળશે.

∠अबक અને∠अकब ને દૂભાગનારી बड તથા कड દોર (પે. ૯). તેઓ ड બિંદુએ મળે ત્યાંથી अड સાંધ તો તે

∠बअकने દૂભાગશે—

ड થી અંત, बक અને अक ઉપર डइ, डफ અને डग લંબદોર (પે. ૧૨). बडइ તથા बडफ△માં ∠बइड = ∠बफड. કાટખૂણાછે, ∠डबइ = ∠डबफ દૂભાગ છે. અને बड સાધારણછે ∴ इड = डफ (પે. ૨૬). અને એજ પ્રમાણે डफ = डग ∴ डइ = डग, હવે अडइ તથા अडग△ માં अड સાધારણ, डइ = डग (ઉપ. પ્ર.) અને ∠अइड = ∠अगइ કાટખૂણા ∴ अइ = अग (પે. ૪૭) તથા ∠इअड = ∠डअग (પે. ૪) ∴ ત્રણે ખૂણાને દૂભાગનારી એકજ બિંદુએ મળશે એમ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૮ પ્રમેય—કોઇપણ (अबक) ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓના દૂભાગ બિંદુથી દોરેલા લંબ એક(ड)બિંદુએ મળશે.

अब તથા अकને इ તથા ग એ દૂભાગ (પે. ૧૦). અને ત્યાંથી इड અને गड લંબ કર (પે. ૧૧). તેઓ ड આગળ મળશે. बक ને फ આગળ દૂભાગ (પે.૧૦). અને डफ સાધ. તો તે बक ઉપર લંબ થશે अड, बड તથા कड સાધ. अडइ તથા बडइ△માં अइ = बइ, ∠अइड = ∠बइड (કાટખૂણા) અને डइ સાધારણ માટે अड = बड (પે.૪). એજ પ્રમાણે अड = कड ∴ बड = कड ∵ बडफ તથા कडफ△માં बड = कड, बफ = कफ (ઉ. પ્ર.) અનેफड સાધારણ ∴ ∠बफड = ∠कफड (પે.૮) ∴ बक ઉપર દૂભાગ બિંદુએ डफ લંબછે (વ્યા. ૧૦) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૯ પ્રમેય—કોઇપણ (अबक) ત્રિકોણની ત્રણે બા

જુઓને દૂભાગીને તેની સામના ખૂણાને સાંધનારી લીટીઓ એક (ड) બિંદુમાં થઇને જશે.

अब તથા अकને कइ તથા बग દૂભાગનારી (પે. ૧૦). ड બંદુએ મળે, ત્યાથી अड સાંધ, અને તે बकને फ આગળ મળે ત્યાં સુધી વધાર, તો તેનેफ બિંદુએ દૂભાગશે. बकइ△ = ½अबक△ = बकग△ (પે. ૩૮) ∴ बकइ△ = बकग△એ બંનેમાંથી बडक△બાદ કર્યાં તો बडइ△ = कडग△ અને बडइ△ = अडइ△તથા कडग△ = अडग△ (પે. ૩૮) ∴ अबड△ = अकड△,અને તેઓનો अड પાયો સાધારણછે માટે તે પરના कन = बम લંબછે. (પે. ३९); હવે कफनतथा बफम△માં ∠कफन = ∠बफम (પે. ૧૫); ∠कनफ = ∠बमफ (કાટખૂણા) અને कन = बम ∴ बफ = कफ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૦ કૃત્ય—એક આપેલા (अ) બિંદુથી આપેલી ત્રણ (अब, अक અને अफ) લીટીઓ એવી રીતે દોરવી કે તેના છેડા એક સીધી લીટીમાં સરખે અંતરે થાય.

સાધન—अथी આપેલી अक કર. अकને વધારી તેની = क इ રાખ (પે. ૩). अफ, इफ (= अब) અને अइનો એક अफइ ત્રિકોણ કર. (પે. ૨૨). कफ સાંધ, અને તેને વધારીને कफ = कब રાખ (પે. ૩). अब સાંધ, તો તે આપેલી अब, अक અને अफ સરખે અંતરે થશે.

अबक તથા कफइ△માबक = कफ, अक = कइ (આ. ૨.)

અને∠अकब =∠फकइ (પે. ૧૫) ∴ अब = फइ (પે. ૪).
∴ अब, अक, અને अफના છેડા એક સોધી લીટીમાં बक =कफ સરખે અંતરે છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૧ કૃત્ય—એક (अबक) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના (बक) પાયાપર એક (बकफड) દ્વિસમાંતર બાજુ ચોખૂણ એવો દોરવો કે તેની બાજી (कफ, फड અને डब) ત્રણ બાજુઓ અરસ્પરસ બરોબર થાય.

સાધન—∠अबक તથા∠अकबને દૂભાગનારી बफ તથા कड દોર (પે. ૯). डफ સાંધ; તો કરવાનો बकफड દ્વિસમાંતર બાજુ ચોખૂણ (ત્રાપિઝ્યમ) થશે.

बकड તથા बकफ△માં ∠डबक =∠बकफ, ∠डकब =∠फबक અને बक સાધારણ તો बकड△=बकफ△(પે.૨૬) ∴ बक તથા डफ સમાંતર (પે. ૩૯). ∴∠डफब =∠फबक(પે.૨૯) =∠फबड (દૂભાગછે). ∴डब =डफ (પે. ૬) અને એજ પ્રમાણે डफ =फक ∴बड =डफ =फक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૨ કૃત્ય—એક(अबक)ત્રિકોણના (बक) પાયાને એક डइ એવી સમાંતર દોરવી,કે તે બેની વચેના ત્રિકોણની બાજુઓના (बडતથા कइ) ભાગોના સરવાળા બરોબર તે થાય.

સાધન—∠अबक તથા ∠अकबને દૂભાગનારી बफ તથા कफ દોર (પે. ૯), તે બે फ બિંદુએ મળે ત્યાંથી बक સાથે डफइ સમાંતર દોર; તો તે દોરવાની લીટી થશે.

સિદ્ધતા—∠डबफ =∠फबक =∠डफब (પે. ૨૯), ∴ डब

=डफ (પે. ૬) એજ પ્રમાણે फइ=कइ ∴ बड+कइ=डफ +फइ=डइ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૩ કૃત્ય—એક (अबक) ત્રિકોણના (बक) પાયા ને એક(डइ)એવી સમાંતર દોરવી કે તે બેની વચ્ચેના ત્રિકોણ ની બાજુઓના(बडतथाकइ)ભાગોની બાદબાકી બરોબર થાય.

સાધન—बक ને ग સુધો વધાર અને ∠अकग તથા ∠अबक ને દૂભાગનારી कफ અને बफ બંને फ બિંદુએ મળે (પે. ૯) ત્યાંથી बक સાથે फइड સમાંતર દોર, તો દોરવાની લીટી डइ થશે.

સિધ્ધતા—∠डबफ=∠फबक=∠बफड (પે.૨૯). ∴बड= डफ (પે.૬) અને∠इकफ=∠फकग=∠कफइ (પે.૨૯) ∴ कइ=इफ (પે.૬) માટે बड-कइ=डफ-इफ=डइ એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૪ પ્રમેય—કોઇ (अबकड)સમાંતર બાજુ ચોખૂણની (अक तथाबड) કર્ણ લીટીઓ એક બીજાને દૂભાગેછે.

अडइ તથા बकइ△મા अड=बक(પે.૩૪).∠अडइ= ∠कबइ, અને∠डअइ=बकइ (પે. ૨૯) માટે डइ=बइ અને अइ=कइ (પે. ૨૬) એ સિધ્ધ.

મનોયત્ન ૧૫ મું પ્રમેય—કોઇ (अबकड) સમબાજુ ચોખૂણ સમાંતર બાજુ ચોખૂણછે અને તેની (अक तथा बड કર્ણ લીટીઓ એક બીજાને કાટખૂણે દૂભાગે છે.

अबक તથા अडक△માંअब=कड,बक=अड(આપેલીછે) અને अक સાધારણ માટે ∠बअक=∠अकड;અને∠अकब=

∠कअड (પે.૮)માટે अब તથા कड અને बक તથા अड સમાંતર (પે.૨૭) માટે अबकड સમાંતર બાજુ ચોખૂણ માટે अइ = कइ અને बइ = डइ (પૂ.મ.૧૪) માટે अडइ તથા कडइ△માંअड = कड, डइ સાધારણ. અને अइ = कइ ∴ ∠अइड = कइड (પે.૮). ∴ इ પાસેના ખૂણા કાટખૂણા છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૬ પ્રમેય—કોઈ(अबकड)સમાંતર બાજુ ચોખૂણની (अक = बड)કર્ણલીટીઓ બરોબર છે. તો તે કાટખૂણ ચોખૂણ છે.

अबकतथाअबड△માં बक = अड (પે. ૩૪) अब સાધારણ, અને अक = बड (આપેલી છે ∴ ∠अबक = ∠बअड (પે. ૮) અને∠अबक + ∠बअड = ૨ કાટખૂણા (પે.૨૯) ∴ ∠अबक = अबक = કાટખૂણો ∴ अबकड કાટખૂણ ચોખૂણ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૭ પ્રમેય—કોઈ (अबकड) ચોખૂણ આકૃતિના (अक અને बड) કર્ણ લીટીઓ એક બીજાને દૂભાગે છે, તે તે સમાંતર બાજુ ચોખૂણ છે.

अडइ તથા बकइ△માં अइ = कइ, डइ = बइ (આપેલી છે) અને∠अइड = ∠बइक (પે.૧૫) ∴ ∠अडइ = ∠कबइ, अ ड = बक (પે.૪) ∴ अड તથા बक સમાંતર (પે.૨૭) ∴ अब = कड અને સમાંતર (પે.૩૩) ∴ अबकड સમાંતરબાજુ ચોખૂણછે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૮ કૃત્ય—એક (अबक) કાટખૂણ ત્રિકોણનો એક (अकब) સાંકડો ખૂણો બીજા (अबकસાંકડા ખૂણા કરતા બમણો છે તો તે નહાના ખૂણાના ત્રિભાગ કરવાનું.

સાધન—∠અબક = ∠અકબ છે. અને ∠અબક + ∠અકબ = કાટખૂણો ∴ ∠અબક = $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો તેના ત્રિભાગ કરવા, એટલે કાટખૂણાના ૧૨ ભાગ કરવા માટે અબ સાથે $\frac{2}{3}$ કાટખૂણા = ∠અબઇ કર. બક સાથે બથી ∠કબઇ = ∠ કબડ કર (પે. ૨૩), અને ∠અબડ ને બફથી દુભાગ (પે. ૧૦) તો ∠અબકના ત્રિભાગ થશે.

સિદ્ધતા—∠અબઇ = $\frac{2}{3}$ કાટખૂણો છે ∴ ∠અબઇ - ∠અબક = ∠કબઇ = $\frac{1}{6}$ કાટખૂણો, અને ∠કબઇ = ∠કબડ (આ. ૨.) ∴ બાકીનો ∠અબડ = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો તેને બફથી દુભાગ્યો છે ∴ ∠અબફ = ∠ફબડ = ∠ડબફ = $\frac{1}{6}$ કાટખૂણો એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૧૯ પ્રમેય—એક (અબક) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના બહારના (અકડ) ખૂણાની બમણાઇ; બે કાટખૂણામાં તેનો માથાનો (બઅક) ખૂણો મળવીએ તેની બરોબર છે.

∠અકબ = ∠અબક (પે. ૫); અને ∠ અકડ = ∠અબક + ∠ બઅક (પે. ૩૨) ∴ ૨ ∠અકડ = ૨ ∠અબક + ૨ ∠ બઅક પણ ૨ ∠અબક = ∠અબક + ∠અકબ અને ∠અબક + ∠ અકબ + ∠બઅક = ૨ કાટખૂણા (પે. ૩૨) ∴ ૨ ∠અકડ = ૨ કાટખૂણા + ∠બઅક એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૦ પ્રમેય—(૧) જો એક (બક) પાયા ઉપર (અબક) સમબાજુ અને (ડબક) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ હોય અને તે માંના માંહેના ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ બહારના ત્રિકોણના ખૂણા શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે હોય, તો સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણના પાયાનો ખૂણો માથાના ખૂણાનો $\frac{1}{2}$ થશે, (૨) પણ તેમ બહારનો

(अबक) સમદ્વિ બાજુ અને માંહેનો (डबक)સમબાજુ ત્રિકોણ હશે, તો સમદ્વિબાજુના પાયાનો ખૂણો માથાના ખૂણાનોર$\frac{1}{2}$થશે.

(૧) अबड તથા बकड△માં अब = बक, अड = कड (આપેલી છે) અને बड સાધારણ ∴ ∠अबड = ∠कबड (પે. ૮) તેમજ ∠बकड = ∠अकड. હવે बडને વધાર તો ∠अबप + ∠बअप = ∠बपक = ૩∠कबड અને ∠कपड + ∠पकड = ∠कडब (પે. ૩૨) = ૪∠कबड ∴ $\frac{3}{4}$∠ बडक = ∠कबड એ સિદ્ધ.

(૨) अबक સમદ્વિબાજુ અને डबक સમબાજુ ત્રિકોણ છે. તેમાં अड = बड = कड છે.∴∠अबड = ∠बअड અને ∠अकड = ∠कअड(પે.૫) अबड અને अकड△માં अब = अक, बड = कड, અને अड સાધારણ માટે ∠बअड = ∠कअड(પે. ૮) ∴ ૨∠ अबड = ૨∠अकड = ∠बअक, હવે बडને વધાર તો ∠अबप + बअप = ∠बपक = ૧$\frac{1}{2}$ ∠बअक અને ∠कपड + ∠पकड = ∠बडक (પે.૩૨) = ∠कबड = ૨∠बअक ∴ ૨$\frac{1}{2}$∠बअक = ∠अबक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૧ પ્રમેય—એક (अबक) કાટખૂણ ત્રિકોણના બે સાંકડા ખૂણામાંનો એક (ब) બીજા (क) કરતાં બમણો છે તો નાહાના ખૂણા સામની (अब) બાજુ, કર્ણ (बक) કરતા અરધી થશે.

∠क + ∠ब = કાટખૂણો છે (પે. ૩૨). અને ∠ब = ૨∠क છે ∴ ∠क = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો અને ∠ = ब$\frac{2}{3}$ કાટખૂણો છે. ∴ ∠ अब માપે અથી ∠ ब = ∠ बअड કર (પે. ૨૩) ∴∠ब = ∠बअड = ∠अडब = $\frac{2}{3}$ કાટખૂણો ∴ अबड△ સમબાજુ છે (પે. ૬) અને ∠बअक − ∠ बअड = ∠कअड = $\frac{1}{3}$ કાટખૂણો ∴

∠अकड = ∠कअड ∴ अड = कड (પે. ૬) ∴ अब = ½बक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૨ પ્રમેય—કોઈ (अबकड) ચોરસના દરેક ખૂણ બિંદુથી સરખે અંતર બિંદુઓને તે સાંધનારો (इफमन) ચોરસ થશે.

अइन તથા बइफ△માં अइ = बफ, अन = बइ (આ૦ ૨.) અને ∠नअइ = ∠इबफ કાટખૂણો છે માટે नइ = इफ. ∴ ∠अनइ = ∠बइफ તથા ∠अइन = ∠इफब (પે. ૪) અને એજ પ્રમાણે नइ = नम = मफ વળી ∠अइन + अनइ = ૧ કાટખૂણો (પે. ૩૨) પણ ∠अनइ = ∠फइब ∴ ∠अइन + ∠फइब = કાટખૂણો. પણ ∠फइब + ∠फइन + ∠अइन = ૨ કાટખૂણા (પે. ૧૩) માટે ∠फइन = ૧ કાટખૂણો એજ પ્રમાણે ∠इफम, ∠फमन અને मनइ = ૧ કાટખૂણો છે માટે इफमन ચોરસ છે એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૩ પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણના પાયા તરફના બે ખૂણામાંનો એક (ब) બીજા (क) કરતાં બમણો છે તેના માથાના ખૂણાથી પાયાપર अड લંબ દોરીએ; અને નાના (क) ખૂણા સામેની (अब) બાજુમાંના (જો ब ખૂણો પોહોળ ખૂણો હોય તો) માહેથી તેની બરોબર (बड = बइ) રાખીને તે તથા લંબના (ड) છેડાને સાંધનારી अकને અડતાં સુધી (डइफ) દોરી તો લંબથી તે બાજુ સુધી અડનારી फड તથા તે બાજુના તેથી થએલા (फअ અને फक) ભાગ પરસ્પર બરોબર થશે.

ધાર કે ∠ब પોહોળો ખૂણો છે જેની = ૨∠क છે. बड = बइ (આ.૨.) માટે ∠बडइ = ∠बइड (પે. ૫) અને ∠बडइ + ∠बइड = ∠इबक (પે. ૩૨) માટે ૨∠बडइ = ∠इबक = ૨अकब માટે

∠फडक = ∠ डकफ માટે फड = फक (પે. ૬) અને ∠ अडक = કાટખૂણો તથા ∠फडक = ∠डकफ માટે ∠अडफ = ∠डअफ (પે. ૩૨) માટે फड = फअ (પે. ૬) માટે फड = फअ = फक એ સિદ્ધ.

(૨) ધારકે ∠ब સાંકડો છે જેની = २ क છે, बड = बइ (આ. ૨.) માટે ∠बइड + ∠बडइ (પે. ૫) = ∠फडक (પે. ૧૫) વળી ∠बइड + ∠बडइ = ∠अबक માટે ∠ अबक = २∠फडक = २ ∠डकफ માટે फड = फक (પે. ૫); અને ∠अडक = કાટખૂણો તથા ∠फकड = ∠कडफ માટે ∠फडअ = ∠डअफ (પે. ૩૨) માટે फड = फअ (પે. ૬) = फक એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૪ પ્રમેય—૨૩મા મનોયત્નની આકૃતિમાં બમણો (ब) ખૂણો જો પહોળો અથવા સાંકડો હશે તો ન્હાના ખૂણા સામેની (अब) બાજુ તે પ્રમાણે પાયાના ખંડોના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરોબર થશે.

(૧) બંને આકૃતિમાં अब ઉપર अथी अग લંબકર (પે. ૧૧) તે इफ ने ग આગળ મળશે. ∠अडक = ∠बडइ + ∠अडफ = કાટખૂણો; અને ∠बडइ = ∠अइग માટે ∠अइग + ∠अडग = કાટખૂણો અને ∠अइग + ∠ अगइ = કાટખૂણો માટે ∠अडग = ∠अगइ માટે अड = अग (પે. ૬) હવે अगइ તથા अकड△માં अग = अड, ∠इअग = ∠ अडक અને ∠अकड = ∠अइग ∴ अइ = कड અને बइ = बड રાખેલી છે માટે अइ + बइ = अब = कड + बड એજ પ્રમાણે अइ - बइ = कड - बड એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૫મું પ્રમેય—કોઈ (अबक) ત્રિકોણની બે (अ

ब, अक) બાજુઓનાં દૂભાગ, ત્રિભાગ ઇત્યાદી કોઇ પણ સર
ખા ભાગ બિંદુને સાંધનારી (डइ) પાયા સાથે સમાંતર થશે.
ब इ તથા कड સાંધ તો बकड△ = ½ अबक△, અને बकइ△
= ½ अबक△ (પે. ૩૮) ∴ बकड△ = बकइ△ ∴ बक ત-
થા डइ સમાંતર (પે. ૩૯) અને જો ड તથા इ ત્રિભાગ બિં
દુ હશે તો बकड અથવા बकइ△ = ⅓ अबक ત્રિકોણ થશે
અને તેજ પ્રમાણે કોઇ પણ ભાગને માટે થશે, માટે કોઇ પણ
સરખા ભાગને સાંધનારી પાયા સાથે સમાંતર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૬ પ્રમેય—કોઇ (अबक) ત્રિકોણની એક (अब) બાજુના કોઇ પણ ભાગ (ड) બિંદુથી (बक) પાયા સાથે દોરેલી સમાંતર (डइ) લીટીથી બીજી (अक) બાજુના તેજ પ્રમાણે ભાગ થશે.

ધાર કે ड દૂભાગ બિંદુ છે તો इ બિંદુ એ अक દૂભાગશે.
बइ તથા कड સાંધ. बकड △ = बकइ△ (પે. ૩૭), અને
बकड△ = ½ अबक△ ∴ बकइ△ = ½ अबक △ ∴ कइ = ½
अक અને તેજ પ્રમાણે કોઇ પણ ભાગને માટે થશે.

(બીજી રીત ફક્ત દૂભાગને સારૂ) क થી अब સાથે कफ સમાંતર દોર. डइ ને વધારતે બંને फ આગળ મળશે. તો बकफड સમાંતર બાજુ ચોખુણ થશે ∴ बड = कफ (પે. ૩૪) ∴ अड = कफ. હવે अडइ તથા कफइ△માં अड = कफ, ∠कइफ = ∠अइड (પે. ૧૫), અને ∠अडइ = ∠कफइ (પે. ૨૯) ∴ अइ = कइ (પે. ૨૬) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૭ પ્રમેય—કોઇ (अबकड) સમાંતર બાજુ ચો-

ખુણના ખુણાને દૂભાગનારી લીટીઓના મળવાથી એક(इफगह) કાટખુણ ચોખુણ થશે. અને તેની (हफ तथा गइ) કર્ણ લીટીઓ તે સમાંતર બાજુ (अबकड)ચોખુણની બાજુઓ સાથે સમાંતર થશે.

∠अडस =∠सडक(દૂભાગછે)અને ∠सडक =∠ अडस (પે. ૨૯) ∴ ∠अडस =∠असड ∴अड =अस(પે. ૬). अडफ તથા असफ△માં ∠डअफ =∠सअफ દૂભાગ છે, अड =अस અને अफ સાધારણ માટે ∠अफड =∠अफस(પે. ૪) માટે તે દરેક કાટખુણો છે અને ∠अफड =∠इफग (પે. ૧૫) વળી ∠अडक =∠अबक(પે. ૩૪)∴ ∠अडफ= ∠असफ =∠अबन(અરધા છે) ∴ सड તથા बन સમાંતર (પે. ૨૮) અને તેજ પ્રમાણે कप તથા अम સમાંતર ∴ इफगह કાટખુણ ચોખુણ, વળી∠डअम =∠अमब (પે. ૨૯) અને ∠डअम =∠मअब છે ∴ ∠अमब =∠मअब અનેइ પાસેના કાટખુણાછે.અને बइસાધારણ ∴अबइ તથા बमइ △માં अइ= मइ (પે. ૨૬) તેમજ अबइ તથા कडग△માં ∠कडग =∠अबइ,∠गकड =∠ इअब, અને अब =कड ∴अइ =कग =मइ અને कग તથા मइ સમાંતર છે ∴ इग તથા मक (मब)સમાંતર અને બરોબર (પે. ૩૩) એજ પ્રમાણે फह તથા अब સમાંતર એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૮ પ્રમેય—કોઈ (अबक) ત્રિકોણના (अ)શિરોબિંદમાથી કોઈ જનારી લીટી ઉપર તેના પાયાના બે (बतथा क) બિંદથીદોરેલા(बइतथाकफ) લંબ તેને મળે,તોતેઅનેપાયાના

(ड) મધ્ય બિંદુ સુધીનું (डइ તથા डफ) અંતરે બરોબર થશે.

डइને વધાર તે कफने ग આગળ મળશે. वडइ તથા कड ग△માં वड = कड, ∠इडव = ∠कडग (પે.૧૫). ∠वइड = ∠ कगड (પે.૨૯) ∴ डइ = डग (પે. ૨૬) હવે फइग△માં ∠ इफग કાટખૂણો છે. તેમાં फड પાયાના ड મધ્ય સુધી દોરાય છે ∴ डइ = डफ (મ. ૩૨) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૨૯ કૃત્ય—કોઈ (अबक) ત્રિકોણની એક (अब) બાજુમાં (ड) બિંદુ આપ્યું છે; ત્યાંથી બીજી (अक) બાજુને મળે એવી લીટી દોરવી, કે તેથી એક ત્રિકોણ મૂળના (अबक) ત્રિકોણની બરોબર થાય.

સાધન—डक સાંધ; बथी डक સાથે बइ સમાંતર દોર (પે. ૩૧) डइ સાંધ; તો કરવાનો अडइ△ થશે.

સિદ્ધતા—बडक△ = कडइ△ (પે. ૩૭) ∴ अबक△ = अडइ △ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૦ પ્રમેય—એક (अबक) ત્રિકોણની એક (बक) બાજુની એક તરફ તેની ઉપર ત્રિકોણની આંચાંથી બન્નો (बड તથા कइ લંબ દોરીએ તેના છેડા અને બીજી બે (अब તથા अक) બાજુના फ તથા ग દૂભાગ બિંદુ સાંધવાથી જે બે (ब डफ તથા कगइ) ત્રિકોણ થશે. તે બેના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરોબર આપેલો ત્રિકોણ, તેની તે બાજુ સાથેના બે ઉ અથવા એક ખૂણો સાંકડો હશે. તે પ્રમાણે થશે.

અથી बक તથા बड ઉપર તેમજ फथी बक ઉપર, अह अ

લ તથા फम બંબદોર (પે. ૧૨) लम, डम તથા अम સાંધ. अह તથા फम સમાંતર છે અને अबને फ આગળ દુભાગેલી છે.∴ म આગળ बह દુભાગશે. (પૂ. મ. ૨૬).∴ अबह△ = ૨ अबम△, ૨लबम△ = डबम△(પે. ૩૮) = बडफ△તથા लमब △ = अबम(પે.૩૭) ∴ अबह△ = बडफ△ અને તેજ પ્રમાણે अकह △ = कइग△માટે अबक△ = बडफ△+ कइग △એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૧ પ્રમેય—એક (अबकड)ખેતરમાં બે સામ-સામેના ખૂણાને સાંધે એવી (अक,बड) સાકળો નાખવાથી માલમ પડ્યું, કે તેઓ તેની એક कडની સાથે બરોબર ખૂણા કરેછે.ને अक, अडની વચેનો ખૂણો बक,बडની વચેના ખૂણાની બરોબર છે તો अब તથા कड સમાંતર થશે.

∠कडइ = ∠डकइ છે માટે डइ = कइ (પે .૬) अडइ તથા बकइ△માં डइ = कइ, ∠डअइ = ∠कबइ, (આપેલાછે) અને ∠अइड = ∠बइक (પે. ૧૫) માટે अइड△ = बइक△ (પે. ૨૬) માટે अबड △ = अबक △માટે अब તથા कड સમાંતર છે (પે. ૩૯) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૨ પ્રમેય—કોઈ (अबक) ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાથી તેની સામેની બાજુના(इ, फ, ग)દુભાગ બિંદુ સાંધવાથી તેઓ જે એક (ड) બિંદુએ મળશે ત્યાથી તે ખૂણા સુધીની લીટીઓથી તે ત્રિકોણના ત્રિભાગ થશે.

अइ,गक અને बफ એક ड બિંદુએ મળશે (પુ. મ, ૯)અ

ને अवइ△ = अकइ△, તથા वडइ△ = कडइ△(પે. ૩૮)માટે
अवइ△-वडइ△ = अवड△ = अक.इ-कडइ△ = अडक△ અને
એજ પ્રમાણે अवड△ = वकड△ ∴ अवड△ = अकड△ = व
कड△માટે એ ત્રિભાગ થયા એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૩ પ્રમેય—બાજુઓના દ્વિભાગ બિંદુથી સામેના ખૂણા સાંધનારી લીટીઓના(પૂ.મ.૩૨ની આકૃતિમાં)તેઓના છેદન બિંદુ આગળ જે ભાગ થશે,તે એક કરતાં બીજો બમણો થશે.

डग, डइ અને डफ કરતાં डक, अड, અને वड બમણી થશે. अवड△ = ½अवक△ = वडक△(પૂ૦મ૦ ૩૨) અને वडइ△ = ½वडक△માટે अवड△ = २वडइ△ માટે अड = २ डइ (પે.૩૮) એજ પ્રમાણે कड = २ डगઅને वड = २ डफ એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૪ પ્રમેય—એકજ (अव) પાયા ઉપર અને તેની એકજ તરફ કોઈ પણ બેમાંની એક આકૃતિ બીજીની માંહી હશે તો બહારની આકૃતિની પરિમિતી માંહીની આકૃતિની પરિમિતી કરતાં વત્તિ છે.

(૧) ધારકે △ આકૃતિ છે, તો તેની સિદ્ધતા (પે.૨૧) ના જેવી પ્રત્યક્ષ છે.

(૨)ધાર કે તે अवकड तथा अवइफ ચોખુણ આકૃતિ છે, તો अफ તથા फइને म તથા न સુધી વધાર. फक સાંધ,अड +डमथी अक+फग ઓછી,फम+मकथी फक ઓછી; फक+ कनथी फइ+इनઓછી;અને इन+वनथी वइ ઓછી(પે.૨૦).

માટે अड+(डम+मक=)कड+फम+फक+(कन+नब=) बक+इनथी अफ+फम+फक+फइ+इन+बइ એાછીછે. અથવા अड+कड+बकथी अफ+फइ+बइ એાછીછે. એ સિદ્ધ.

તેમજ પંચખુણ, ષટ્‌ખૂણ ઇત્યાદિને માટે વિદ્યાર્થી સિદ્ધ કરશે.

મનોયત્ન ૩૫ **પ્રમેય**—કોઈ (अबक) ત્રિકોણના ખુણાથી તે ઓાની સામેની બાજુના દ્વિભાગ બિંદુને સાંધનારી લીટીઓના ड છેદન બિંદુ અને તેની એક (बक) બાજુના (फ,इ) ત્રિભાગ બિંદુએ સાંધનારી (डफ તથા डइ) લીટીઓ તેની બીજી બે (अब તથા अक) બાજુ સાથે સમાંતર થશે.

अफ તથા अइ સાંધ. अबड△=⅓अबक△=अकड△ (પૂ० મ० ૩૨) અને अबफ△=अकइ△=⅓अबक △ (પે. ૩૮) ∴ अबड△=अबफ△ અને अकड△=अकइ△ ∴ अब તથા फड અને अक તથા डइ સમાંતર (પે. ૩૯) એ સિદ્ધ.

મનોયત્ન ૩૬ પ્રમેય—પહેલા સ્કંધની ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિમાં डब અને इकને વધારવાથી તેઓ फग અને केह ને म અને न બિંદુએ મળે તો તેથી થએલા बफम અને ककेन ત્રિકોણ अबक ત્રિકોણની બરોબર થશે.

∠बफम=∠बअक (કાટખૂણા) અને∠फबम+∠फमब=∠अबम+अबक= ૧ કાટખુણો; પણ∠फमब=∠अबम (પે. ૨૯) ∴∠फबम=∠अबक અને बफ=अब ∴ फबम△= अबक△ (પે. ૨૬) એમજ ककेन△=अबक△ એ સિદ્ધ.

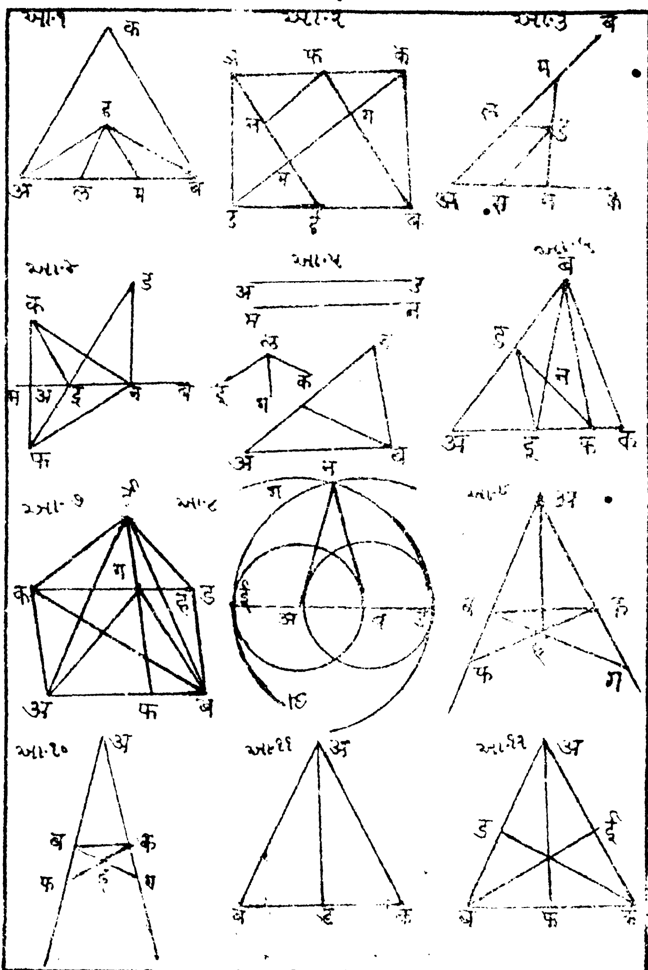
મનોયત્ન ૩૭ પ્રમેય—ઉપરની આકૃતિમાં फग અને के હળે વધારી તો તેઓ प આગળ મળશે ત્યાંથી बप, अप અને कपને સાંધનારી कफ, बक અને बके ઉપર લંબ થશે.

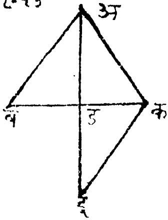
अबक તથા अगप△માં अब = अग, गप = अह (પે.૩૪) = अक તથા ∠अगप = ∠बअक (કાટખૂણા) ∴ ∠अपग = ∠अकब (પે.૪) અને ∠कअल = ∠गअप (પે.૧૫) ∴ ∠अलक = ∠अगप (પે.૩૨) માટે તેઓ કાટખૂણા હવે ∠अबफ + ∠अबक = ∠बअग + ∠गअप (= ∠अबक) ∴ ∠फबक = ∠बअप અને अब = बफ તથા अप = बक ∴ ∠अपब = ∠फकब (પે.૪) અને ∠करल = ∠परस (પે. ૧૫) ∴ ∠रलक = ∠पसर = કાટખૂણો અને તેજ પ્રમાણે ∠ पक्षर પણ કાટખૂણોછે ∴ बप, अप અને कप તે कफ, बक અને बके ઉપર લંબ છે એ સિદ્ધ.

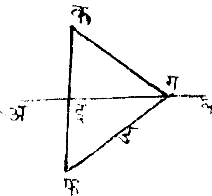
મનોયત્ન ૩૮ પ્રમેય—કોઈ (अबफ) ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળા કરતાં (अबइफ) ચોખૂણના ખુણાનો સરવાળો બમણોથશે.(अबडइफ) પંચખુણનો ત્રમણો; (अब कड इ फ) ષટ્ખુણનોચોગણો ઇત્યાદિ થશે.

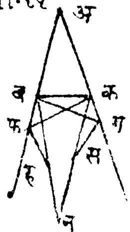
अब फ, अफइ, बइ ड અને बडक△ના ખુણાનું માપ બે કાટખૂણા બરોબર છે (પે.૩૨)માટે अबफ△નાથી अबइफ ચોખૂણના ખૂણાનું,માપ બમણુંછે.તેમજ પંચખૂણના ખૂણાનુ માપ ત્રમણું, ષટ્ખૂણાના ખૂણાનું માપ ચોગણુંછે ઇત્યાદિ એ સિદ્ધ.

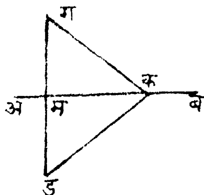
સમાપ્ત.

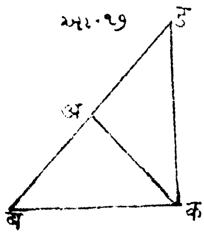


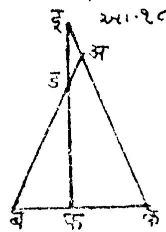

आ. १३
अ
ब
ड
क
इ

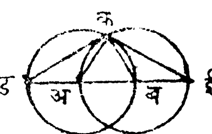

आ. १४
क
ग
अ
इ
ब
ड
फ

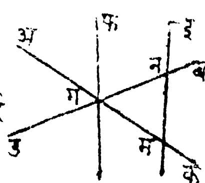

आ. १५
अ
ब
क
फ
ग
स
ह
न

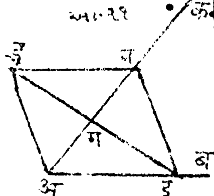

आ. १६
ग
क
अ
म
ब
ड

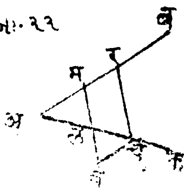

आ. १७
ड
अ
ब
क

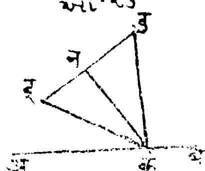

इ
आ. १८
अ
ड
ब
फ
क

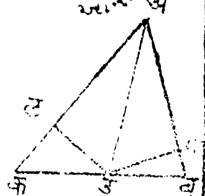

आ. १९
क
ड
अ
ब
इ

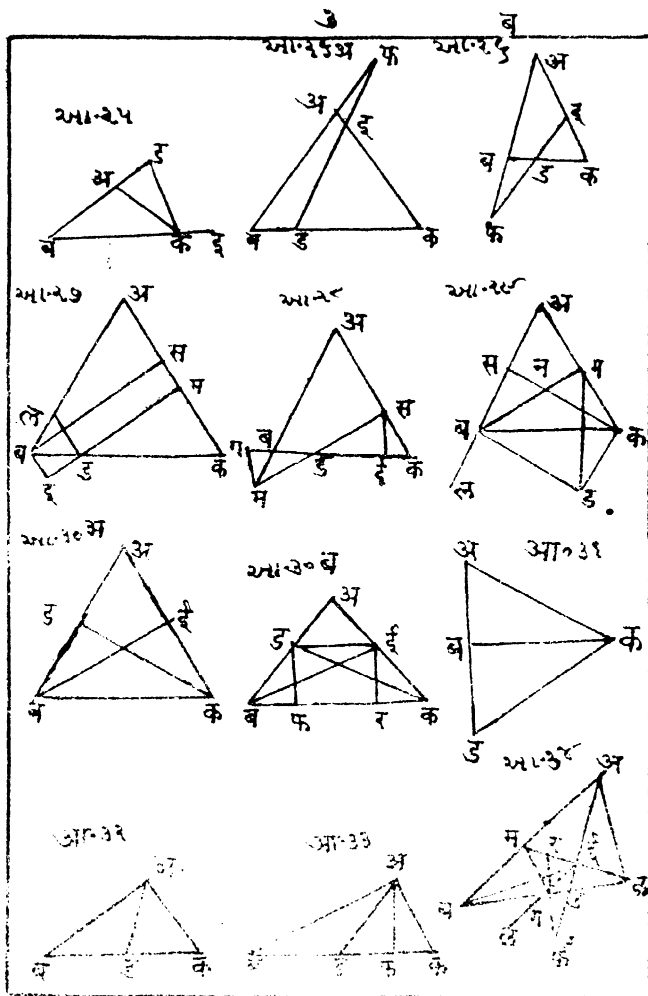

आ. २०
अ
फ
इ
न
ब
ग
ड
म
क


आ. २१
क
ड
ग
ग
ब
अ
इ

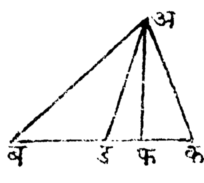

आ. २२
ब
म
र
अ
क
ड
इ

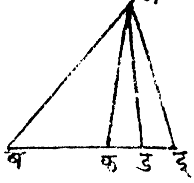

आ. २३
ड
न
इ
अ
क
ब

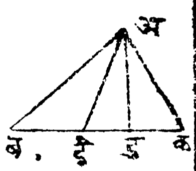

आ. २४
अ
क
ड

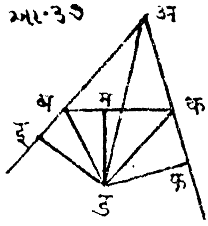


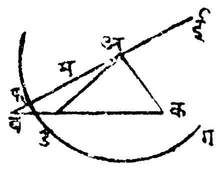
आ. २५
आ. २६ अ
आ. २६ ब
आ. २७
आ. २८
आ. २९
आ. ३० अ
आ. ३० ब
आ. ३१
आ. ३२
आ. ३३

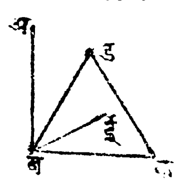

आ० ३५
अ
ब
ड
फ
क

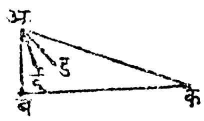

आ० ३६अ
अ
ब
फ
ड
द

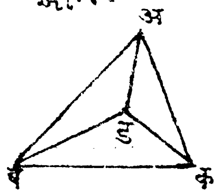

अ
ब
क

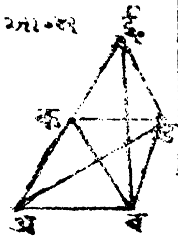

अ
म
क
ई
ड
फ

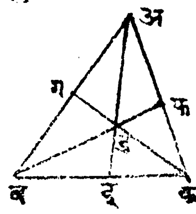

आ० ३८
ई
अ
म
क
ब
ड
ग

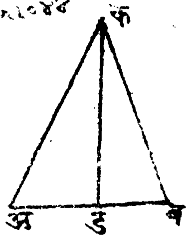

अ
ड
ब

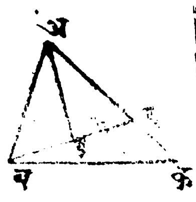

आ० ४०
अ
ड
ब
क


अ
ड
ब
क


क
अ
ब


अ
ग
फ
ब
द
क


फ
अ
ड
ब


अ
ब
क

આ.૪૫ બ.

अ ब ड ढ क

આ.૪૬

अ इ फ ग ब क ड

આ.૪૭

म अ फ ह द ग क

આ.૪૮

अ इ फ ग ड ब क

આ.૪૯

अ ग र ई फ ह प थ म न क ड

આ.૫૦

क फ अ म ब न ड इ

આ.૫૧

अ ब ड ढ क न क म

આ.૫૨

अ इ फ ब ड क

આ.૫૩ અ.

ह अ ग ह क म प फ ड द न ब

આ.૫૩ બ.

अ ग द क इ ड फ ब

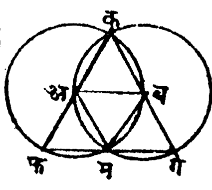
આ.૫૪

क फ अ ब म इ

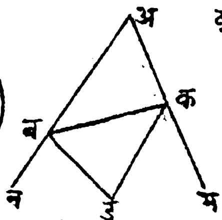
આ.૫૫

ड अ ब क

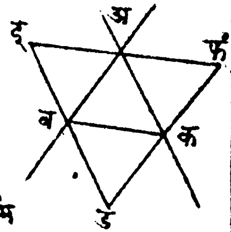
આ.૫૬.



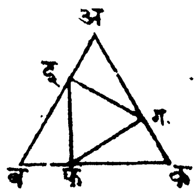
આ.૫૭



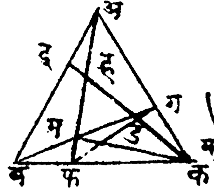
આ.૫૮



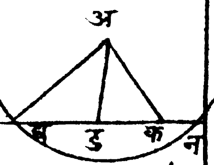
આ.૫૯ અ.



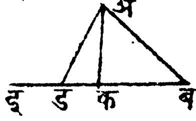
આ.૫૯ બ



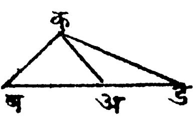
આ.૬૦



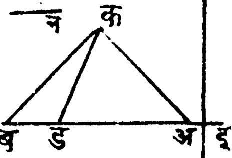
આ.૬૧



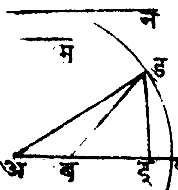
આ.૬૨ અ.



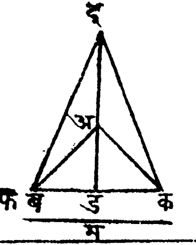
આ.૬૨ બ.



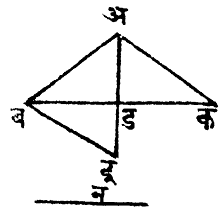
આ.૬૩

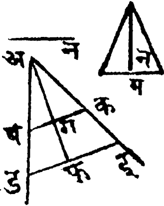


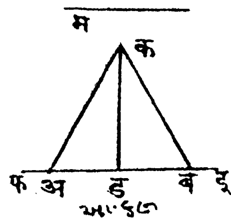
આ.૬૪ અ.

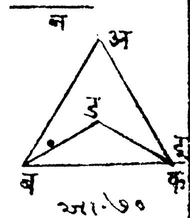


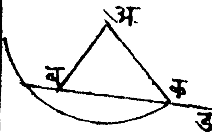
આ.૬૪ બ.

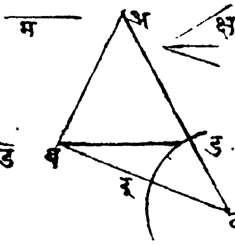


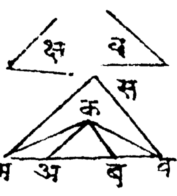


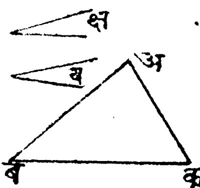


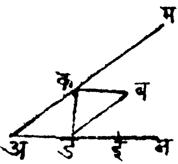


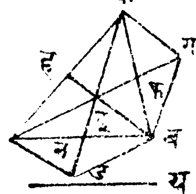


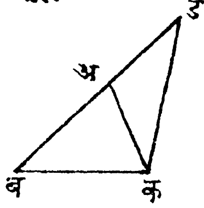


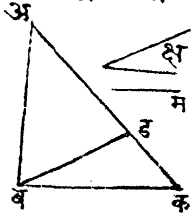


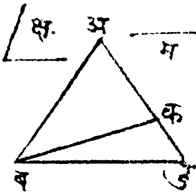


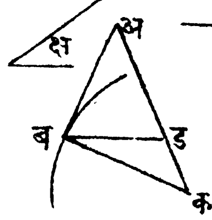


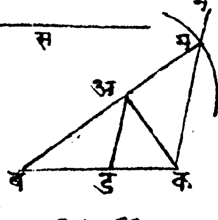


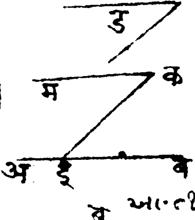


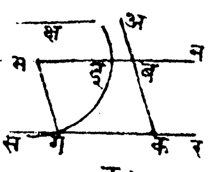


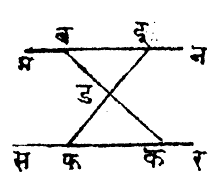


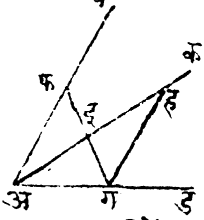

क्ष
अ
ब
ड
क

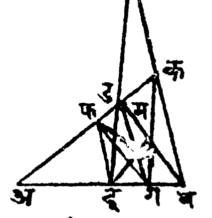

स
न
म
अ
ब
ड
क

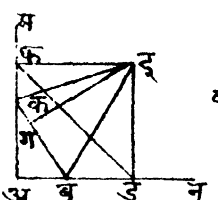

ड
क
म
अ
ई
ब

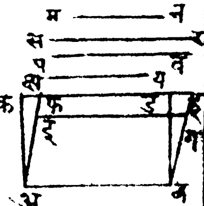

क्ष
अ
म
ई
ब
न
स
ग
क
र

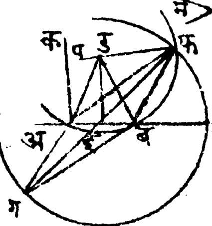

ब
ई
म
न
ड
स
फ
क
र

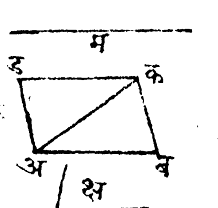

ब
क
फ
ई
ह
अ
ग
ड

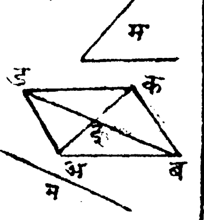

ह
क
ड
फ
म
अ
ई
ग
ब


स
फ
ई
क
ग
अ
ब
ड
न


म
न
स
प
ब
क्ष
य
क
फ
ड
ह
ई
ग
अ
ब


न
क
प
ड
फ
अ
ई
ब
ग


म
ह
क
अ
ब
क्ष


म
ड
क
ई
अ
ब
म

आ. ८८ अ.

आ. ८८ ब.

आ. ८९

आ. ९०

आ. ९१

आ. ९२

आ. ९३

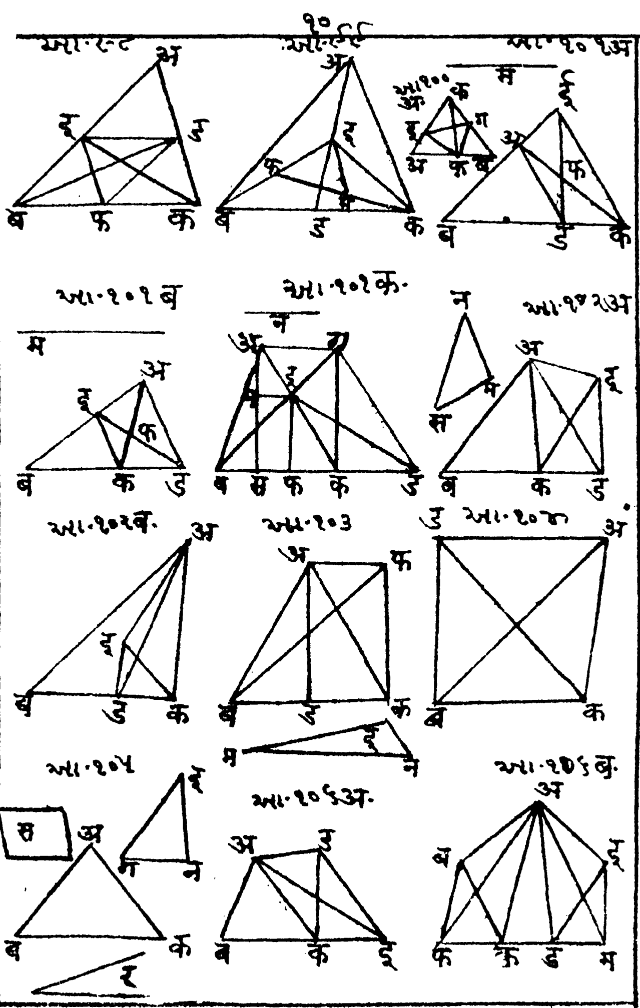
आ. ९४ अ.

आ. ९४ ब

आ. ९५

आ. ९६

आ. ९७



આ.૧૦૭

अ द फ इ ग द ब क

આ.૧૦૮

अ ब ड क

આ.૧૦૯

क इ द अ फ ब ग

આ.૧૧૦

अ ग ब ड क ह द

આ.૧૧૧

अ ड द ब फ क

આ.૧૧૨ अ.

अ ड ब ग फ द क

આ.૧૧૨ ब.

अ ग इ ब द ड फ क

આ.૧૧૨ क

अ प ब ड द क

આ.૧૧૨ ड.

अ ब ग ड द इ क

આ.૧૧૩ अ

अ बइ ड क

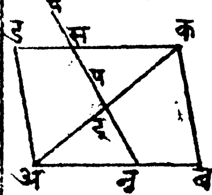
આ.૧૧૩ ब.

अ ड फ इ म ग ब ह न क

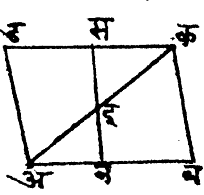
આ.૧૧૪ अ

इ प क द अ न ब

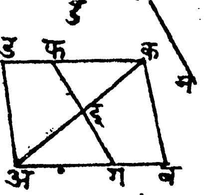
આ. ૧૧૪ ब.



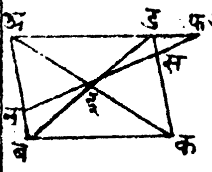
આ. ૧૧૪ क



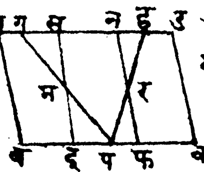
આ. ૧૧૪



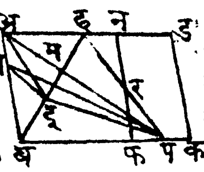
આ. ૧૧૫



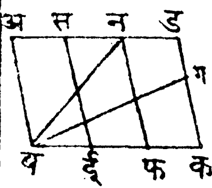
આ. ૧૧૬ अ



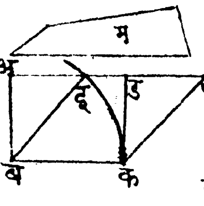
આ. ૧૧૬ ब



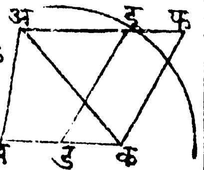
આ. ૧૧૬ क.



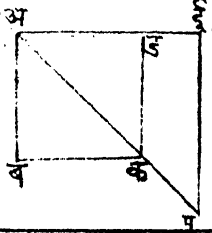
આ. ૧૧૭



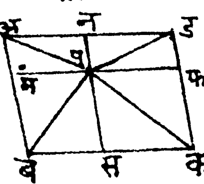
આ. ૧૧૮



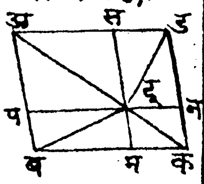
આ. ૧૧૯



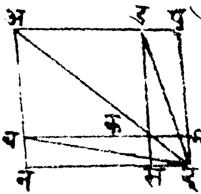
આ. ૧૨૦



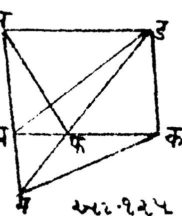
આ. ૧૨૧ अ.



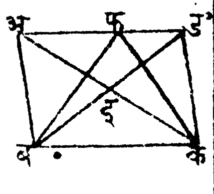
આ. ૧૨૧ બી.



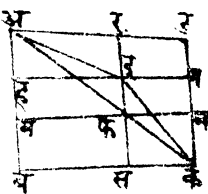
આ. ૧૨૨



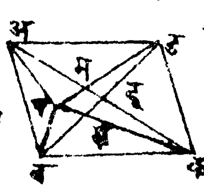
આ. ૧૨૩



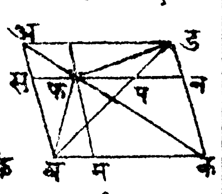
આ. ૧૨૪



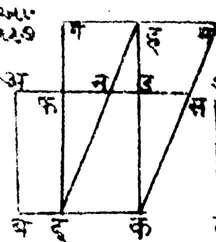
આ. ૧૨૫



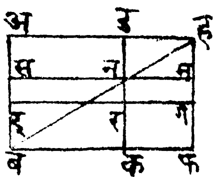
આ. ૧૨૬



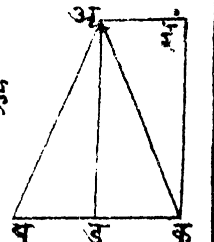
આ. ૧૨૭



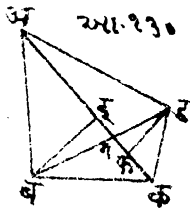
આ. ૧૨૮



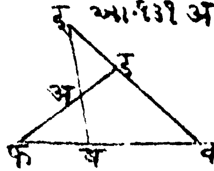
આ. ૧૨૯



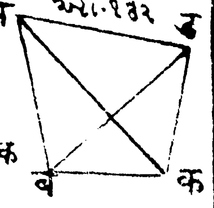
આ. ૧૩૦

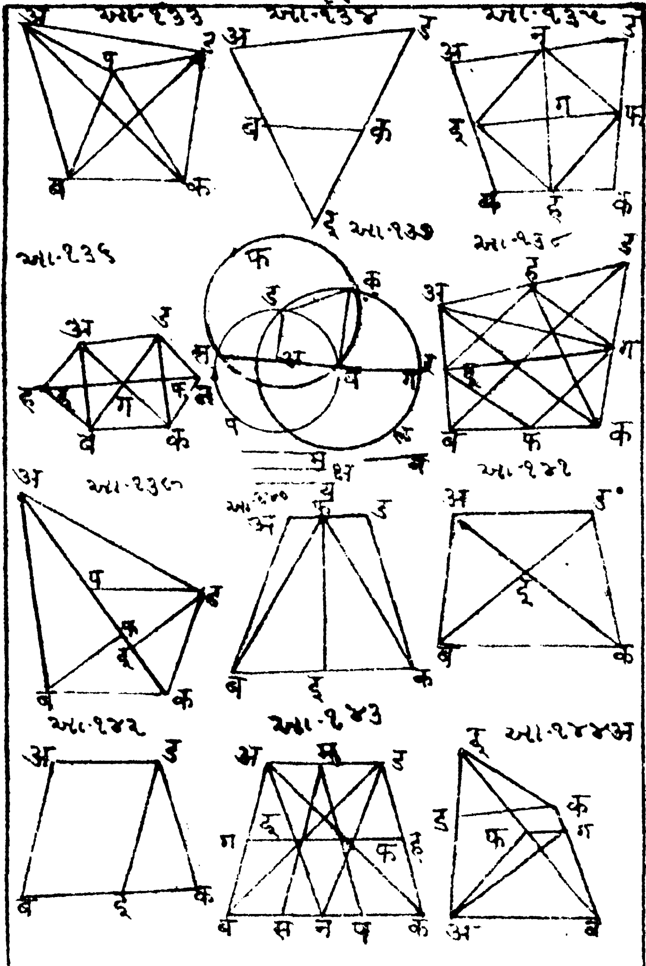


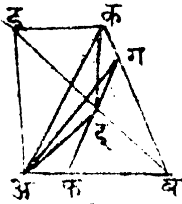
આ. ૧૩૧

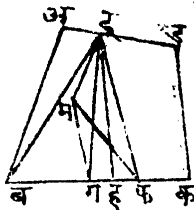


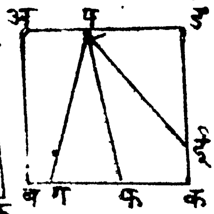
આ. ૧૩૨

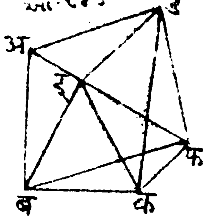


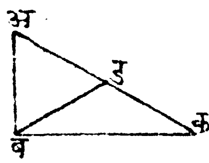

આ. ૧૩૩
આ. ૧૩૪
આ. ૧૩૫
આ. ૧૩૬
આ. ૧૩૭
આ. ૧૩૮
આ. ૧૩૯
આ. ૧૪૦
આ. ૧૪૧
આ. ૧૪૨
આ. ૧૪૩
આ. ૧૪૪અ

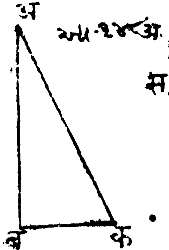


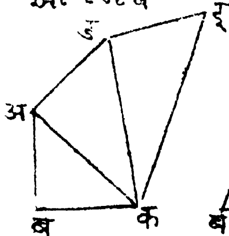


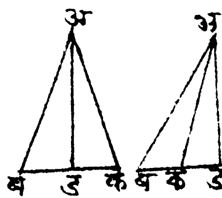


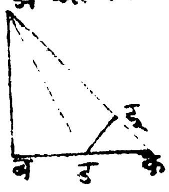


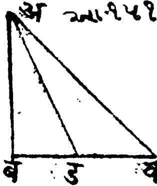


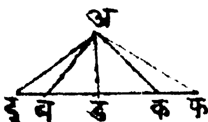


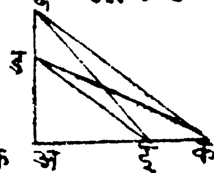


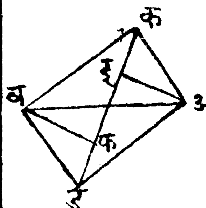


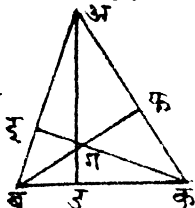


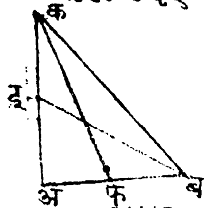


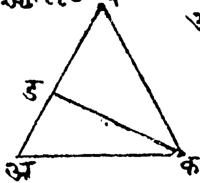


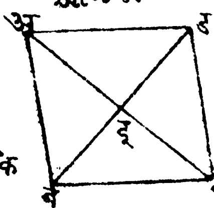


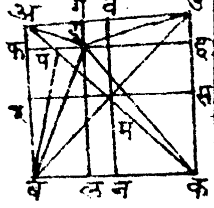

आ. १५४
क
इ
ब
अ
फ
ड

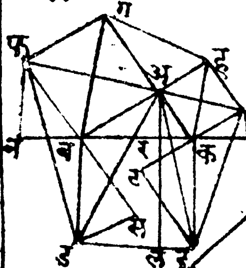

आ. १५५
अ
फ
इ
ग
ब
ड
क

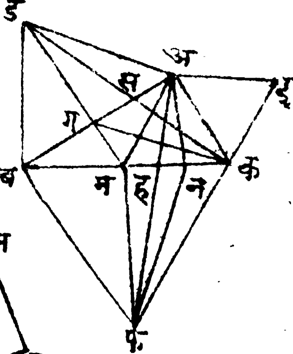

आ. १५६
क
इ
अ
फ
ब

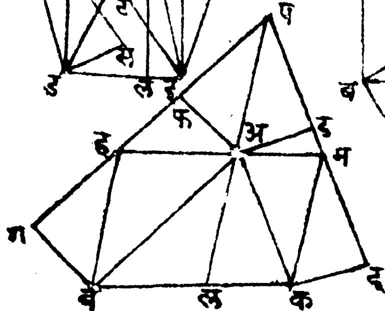

आ. १५७
ब
ड
अ
क

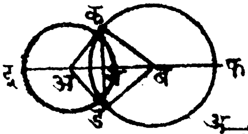
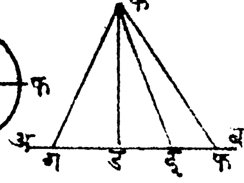
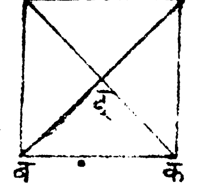
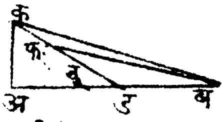
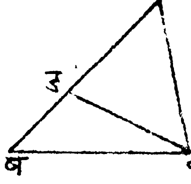
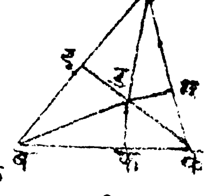
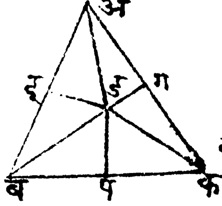
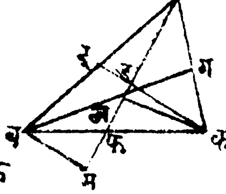
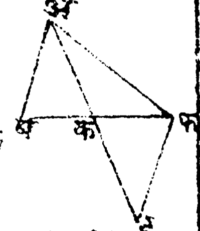
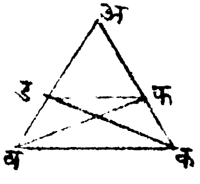
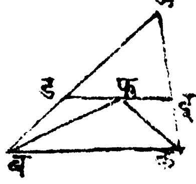
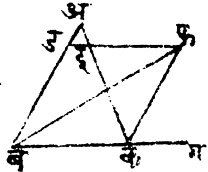

आ. १५८
अ
ड
इ
ब
क

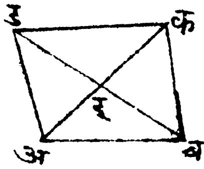

आ. १५९
अ
ग
व
ड
फ
प
ह
स
म
ब
ल
न
क

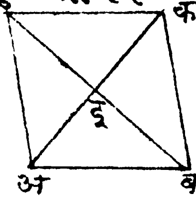

आ. १६०
ग
फ
इ
अ
म
ब
र
क
ट
स
ड
ल
ह

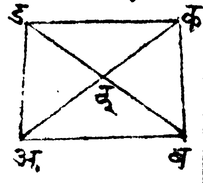

आ. १६२
ड
अ
स
इ
ग
ब
म
ह
न
क
फ

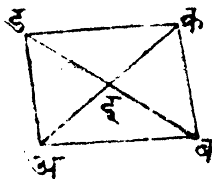

आ. १६१
प
फ
अ
ड
ह
म
ग
ब
ल
क
द

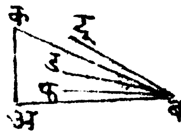













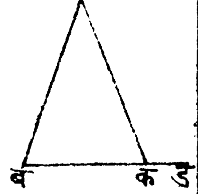

આ. ૧૪
ड
क
इ
अ
ब

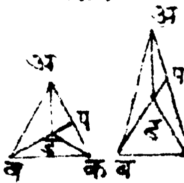

ड
આ. ૨૫
क
ई
अ
ब

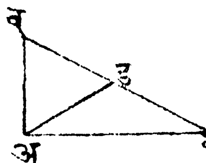

આ. ૧૬
ड
क
ई
अ
ब

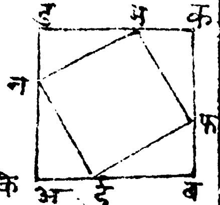

આ. ૧૭
ड
क
ई
अ
ब

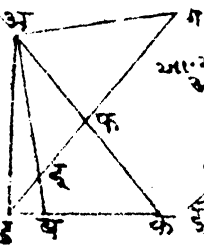

આ. ૧૮
क
ई
ड
फ
अ
ब

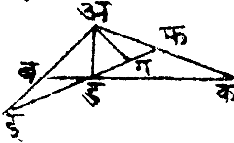

अ
આ. ૧૯
ब
क
ड

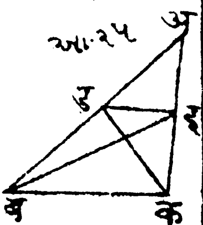

આ. ૨૦
अ
प
ई
ब
क
अ
प
ई
ब
क


આ. ૨૧
ब
ड
अ
क


આ. ૨૨
ड
म
क
न
फ
अ
ई
ब


अ
ग
આ. ૨૩ अ
फ
ई
ड
ब
क


આ. ૨૩ ब
अ
फ
ब
ग
ई
क
ड


आ. २५
अ
ड
ई
ब
क